

## 海上監視活動における経路設定問題

小宮 享      森 雅夫  
東京工業大学

(受理 1997 年 6 月 13 日 ; 再受理 1997 年 12 月 10 日)

**和文概要** 日本周辺海域においては、一般船舶の航路保全・不審船舶の早期発見/対処を目的とする、航空機による海上監視活動が定期的実施されている。この際の基準となる飛行経路の設定に関し、季節的に変動する漁船位置情報や将来位置が予測される船舶の分布に関する情報等が考慮されてこなかった。本研究では、これらの情報を考慮に入れた、限られた飛行時間内での効率的な飛行基準経路を設定する方法を提案し、モデル例によりその妥当性を検証した。この方法により、船舶の将来位置からの逸脱が少ない基準経路の設定が可能となる。

### 1. はじめに

日本周辺海域においては、生活物資を輸送する外航船舶の航路保全や領海内を航行する不審船舶を早期に発見・対処する目的で、船舶や航空機により海上船舶を監視する活動が海上自衛隊によりこれまで定期的実施されている。しかし、昨今の、例えば南方海域で密航船や難民船が大量に押し寄せるような状況、あるいは、北海道周辺海域でのロシア警備艇による発砲事件が頻発する状況に対し、そのような問題の生起を未然に防ぐような監視業務の運用改善についての議論がこれまでほとんどなされてこなかったのが実情である。本研究では、航空機による海上監視業務に焦点をあて、その効率的な運用方法について議論する。

航空機により海上船舶を監視する際は、ある与えられた海域で、連続する多数の直線分で構成される基準経路に沿いつつ、航空機自体が搭載するセンサ(レーダ、光学機器等)により発見した目標(船舶であるかはその時点では不明である。)に次々と接近して、最終的に目で見て確認するという手順で実施される。この際、各目標位置に関する正確な情報は、飛行前情報として予め十分に入手可能ではなく、監視飛行の過程で次第に明らかとなる。従って、目標を次々に巡るという点では、従来から経路設定問題として深く研究されている巡回セールスマン問題(Travelling Salesman Problem; TSP)と類似しているが、航空機の運行途中で目標が発見され、その位置(ノード)情報が順次取得されるという点で一般的なTSPとは様子が異なる。本論文では、この点に注目し、[監視経路設定問題]として組み合わせ的な経路設定問題と異なる監視飛行における基準経路を設定する方法を提案し、モデル例によりその評価を行う。

本論文は以下の順序で構成される。2節では、監視業務の運用段階における目標情報を取得する状況に焦点をあて、従来研究されている組み合わせ最適化の概念を用いた経路設定手法と比較をしつつ、監視経路設定問題のモデル化に至るまでの過程を示す。3節では、監視経路設定問題の定式化を行う。4節では、定式化に基づき、非線形最適化手法を利用して解を求める過程を述べる。5節では、モデル例により、当初設定する監視経路と改良される監

視経路とで解を比較し、提案する方法の妥当性や性能、適用の限界について考察する。

## 2. 監視経路設定問題のモデル化

数理計画分野で経路を設定する問題としては、組み合わせ的な手法でTSPやその複数版である配送計画問題(Vehicle Routing Problem; VRP)が盛んに研究されている。今回扱う監視経路を設定する問題は、しかし、目標(船舶)情報が飛行途中で入手されるという点で、予めノード情報が既知である通常のTSP/VRPとは異なる。仮に対象海域全体の船舶情報が衛星写真等により事前に入手できたとしても、各船舶は各々の目的に応じて様々な方向に移動しているために、基準経路に沿いつつ巡っていく時間差により、より後に識別する目標ほどその位置が変動してしまう。また、監視飛行中に対象海域から去る目標や、逆に出現する目標があるために、対象海域内での目標数も一定・既知ではない。

広範な広がりをもつVRPの研究分野にはこうした点を包含するような、例えば、需要が確率的である場合のVRP [2] や、需要点が動的に発生するVRP [5] 等の研究も存在するが、いずれの枠組みもノード位置が確定された定式化ゆえ、本問題を扱うには不十分である。

このように、運行前のノード位置に関する確定的な情報が与えられてない本問題を扱う際の考え方として、従来のTSP/VRPのように対象領域における個々のノード位置情報に着目し経路を構成していくのではなく、対象海域の各点での船舶が存在する確率密度を利用し基準経路を構成していくことを考える。これは、監視飛行が定期的実施され、その運用サイクルに比し船舶の航行変位量が小さく、次の同じ海域での監視飛行での前回確認した船舶の推移位置をある程度予想できることから、監視飛行のつど把握する船舶位置情報を蓄積し、次回以降の監視飛行においてその情報を密度分布図として反映させようとする考え方である。また、特定の船舶について、例えば、近海で操業する漁船は、季節的な漁場が決まっていること、あるいは、外航船舶の航路帯もほぼ決まっていることから、そのような密度分布はさらに精緻化される。すなわち、計画段階では、密度情報に基づいて大まかな基準経路を構成しておき、運行段階で航空機が搭載するセンサによりその経路を微調整しつつ、確認作業を実施すれば、従来の固定的な基準経路に沿った運行に比し、飛行経路の短縮・燃料の節約が期待できる。

密度情報が飛行前に利用可能とすると、地理的最適化 [4] における考え方をを用いることにより、監視経路を設定する問題を、より多くの船舶が存在する可能性が高い海域へと基準経路を移動させる問題、すなわち、期待発見船舶数を目的関数とし、それを最大化するように経路を設定する問題として定式化できる。期待発見船舶数は、航空機から海上に目標を発見する確率と船舶密度との積により定義する。目標を発見する確率は、搜索理論での議論から既知であり [7]、本研究では、議論の簡略化のために視覚センサの性能を近似した機体位置からの距離の3乗に反比例する経験則(逆3乗の法則)が成り立つものと仮定する。地理的最適化と本研究での目的関数の計算に関し異なる点は、前者がVoronoi領域を利用し対象領域全体での目的関数を計算しているのに対し、本研究では、基準飛行経路に沿った、航空機のセンサにより発見事象が生起する領域での目的関数を計算している点である。

次章以降、この考え方にに基づき定式化し検討する。

## 3. 監視経路設定問題の定式化

監視対象となる有限領域(海域)  $V$  に対し、 $(x, y)$  座標を導入し、その領域での船舶の存在密度関数  $d(x, y)$  を既知とする。船舶の存在密度を表現する方法として密度推定法 [6] を

採用し、その監視飛行での個々の船舶の予想位置を、 $(\alpha_j, \beta_j)$  を中心として分布する確率密度関数(2次元正規密度関数)  $h_j(x, y)$  で表現する。

$$h_j(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x-\alpha_j}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y-\beta_j}{\sigma_y}\right)^2\right]}$$

領域全体での船舶の存在密度関数  $d(x, y)$  は、これら個々の密度関数の重ね合わせとして、

$$(1) \quad d(x, y) = \sum_{j=1}^{n'} h_j(x, y) \quad (j = 1, \dots, n'; n' \text{ は対象海域に存在する予想船舶数})$$

で表現される。

$\sigma_x, \sigma_y$  の値を調整することにより、一定時間後の予想船舶位置のぼやけ具合が調節できることから、海上の航路帯で特定の方向に航行している様子や、船舶の種類の違いによる予想位置精度が反映可能である。

次に監視飛行の際の基準経路を、 $n$  個の連続する直線分からなる閉じた多角形経路とし、各線分端点の座標を順に、 $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) とする。経路が閉じている条件として  $(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_1, y_1)$  とする。この基準経路を航空機が飛行する際に、海上の点  $(x, y)$  に目標船舶を発見する確率を  $g(x, y)$  とする。

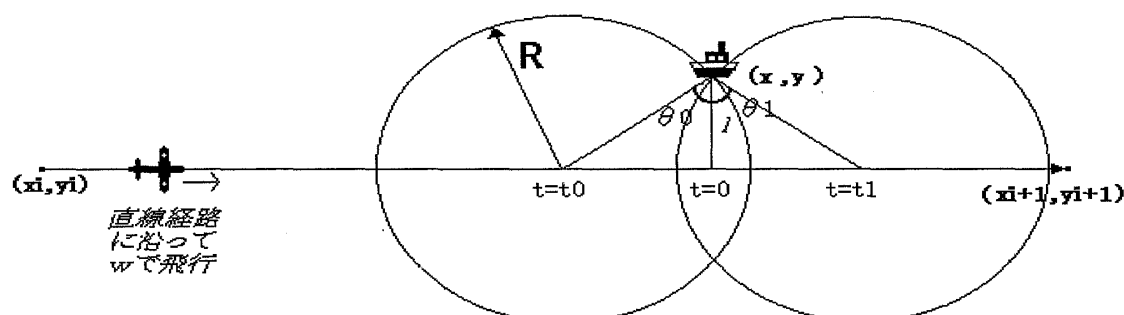


図1: 海上に船舶を発見する際の様子

今、図1のような端点座標を  $(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})$  とする線分経路に沿って、高度  $h$ 、速力  $w$  で搜索している航空機から光学センサにより点  $(x, y)$  に位置する目標船舶を発見する場合を考える。このとき、目標船舶速度は、航空機の数に比し無視できるので、船舶は  $(x, y)$  に静止し、航空機は船舶に対し相対的に等速直線運動をする。経路上を飛行する航空機と船舶との距離が最小になる瞬間を時間の基準  $t = 0$  とし、その時の距離を  $l$  とする。

さらに、目標がセンサの探知範囲(半径  $R$  の円)内に入った瞬間から出る瞬間まで探知され続けるという仮定を置くことにより、時刻  $t = t_0 (< 0)$  から  $t = t_1$  まで探知が継続する。光学センサにより発見事象が生起する場合、瞬間探知確率密度が観測者と目標との距離の3乗に逆比例する性質(逆3乗の法則)が当てはまる条件であり、 $g(x, y)$  は、距離  $l$  の関数として次のように表現されることが知られている [7]。

$$g(x, y) = g(l(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{l^2} \left(\frac{ch}{w}\right) \cdot (\sin \theta_1 - \sin \theta_0)\right]$$

$$l(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) = \frac{|(x_{i+1} - x_i)(y - y_i) - (y_{i+1} - y_i)(x - x_i)|}{\sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}}$$

$$(c \text{ は正定数 ; } \theta_i = \tan^{-1}(wt_i/l) \quad (i = 0, 1))$$

目標が静止していることから、 $t_1 = -t_0$  であり、角度についても  $\sin \theta_1 = -\sin \theta_0 = \sqrt{R^2 - l^2}/R$  が成立する。この関係を上記の  $g(l(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}))$  に代入することで線分経路に沿って飛行する際の発見確率は以下のように経路からの距離(横距離)  $l$  のみに依存した形に書くことができる。(特に  $l=0$  の時、 $g(l) = 1$  と定義する。)

$$(2) \quad g(l(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{2ch}{w} \cdot \frac{\sqrt{R^2 - l^2}}{Rl^2}\right) & (0 < l \leq R \text{ のとき}) \\ 1 & (l = 0 \text{ のとき}) \\ 0 & (l > R \text{ のとき}) \end{cases}$$

( $c$  ; 正定数 ;  $i = 1, \dots, n$  ;  $n$  は飛行経路を構成する端点の数)

これら2つの関数 (1), (2) の積を  $(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})$  を端点とする線分上からセンサにより探知事象が生起する領域(信号強度上、発見確率がある一定値を上回る領域)  $V_i$  で積分することにより、その線分を飛行する際の期待発見船舶数が計算される。これを連続する各線分経路ごとに加算することで、1飛行あたりの総期待発見船舶数が求められる。この総期待発見船舶数を目的関数と考え、その最大化を目標としつつ基準経路を構成する端点を移動させていく。

制約条件としては、1回に飛行可能な時間が限られていることが挙げられる。航空機がほぼ定速で飛行することから、それを上限距離  $L$  に置き換え、距離制約として表現する。

以上の考え方をまとめ、次のように定式化する。

[監視経路設定問題]

$$\text{最大化 } I(X) = \int \int_V d(x, y) g(x, y) dx dy \quad (*)$$

$$\approx \sum_{i=1}^n \int \int_{V_i} d(x, y) g(l(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})) dx dy \quad (**)$$

$$\text{ただし } X = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$$

$$\text{制約条件 } \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} \leq L$$

ここで、目的関数の表現で (\*) から (\*\*) にいたるとき、両者は近似的に等しいとする。それは、(\*\*) では、領域  $V_i$  と  $V_j$  ( $i \neq j$ ) が重なる領域で目的関数値を二重に計上してしまうのに対し、(\*) では対象領域  $V$  全体での1度きりの積分を意味しているからである。本来求めたい目的関数は (\*) であるが、今回の検討を試みる領域では、対象となる船舶が比較的広範囲に分布している状況で少数の端点を移動させることを想定しているので、そのような二重計上する量もそれほど多くはないと見なし、近似的に (\*\*) を対象領域全体に対する目的関数と考えその最大化を検討した。

さらに、端点を移動させるに連れ、船舶分布密度が高い領域に端点が集中したり、場合によってはその領域で複数の端点が振動するような振る舞いをする結果、積分領域が重なることから、目的関数値を過剰に算定してしまうという危険性もある。その場合も上記と同様な状況での端点移動ととらえ、目的関数値が増大する方向に端点を移動させる際の移動量に関する特別な制限は設けなかった。

#### 4. 監視経路設定問題の解法

前章で定式化した [監視経路設定問題] の目的関数  $I(X)$  は、複雑な形状をしており、凸性は一般的に保証されていない。従って、このような制約付き最大化問題を解く方法として

は基本的な降下法に頼らざるを得ない。以下、 $I(X)$  の 2 階偏導関数を利用したニュートン (Newton) 法をベースとし、制約条件を目的関数に組み込んだ拡大 Lagrange 関数 (Augmented Lagrangean Function) 法を利用したアルゴリズムを説明する。

まず、次のような拡大 Lagrange 関数 (Lagrange 乗数  $\lambda$ , ペナルティパラメータ  $t$ , slack 変数  $s$ ) を考える。ただし、もともとの制約条件は、slack 変数  $s$  を付加することで等号制約  $H(X)$  としている。

$$L_t(X, \lambda) = I(X) + \lambda H(X) - \frac{1}{2} t H(X)^2$$

$$H(X) \equiv \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L + s^2 = 0$$

このとき、[監視経路設定問題] の局所最適解  $X^*$  が有限の  $t \geq 0$  に対して、 $L_t(X, \lambda^*)$  の制約なし局所最適解となることを示すことができる。

[定理] (証明は [3])

$I(X), H(X) \in C^2$  とする。[監視経路設定問題] の局所最適解  $X^* \in R^{2n}$  が 2 次の十分条件を満たし、対応する Kuhn-Tucker 乗数を  $\lambda^*$  とする。このとき、

(1)  $t^* \geq 0$  が存在して任意の  $t \geq t^*$  に対し、 $X^*$  は  $L_t(X, \lambda^*)$  の制約なし孤立局所最適解である。

(2) 逆にある  $\hat{\lambda}, t \geq 0$  について  $\hat{X}$  が  $L_t(X, \hat{\lambda})$  の制約なしの局所最適解で、 $H(\hat{X}) = 0$  ならば、 $\hat{X}$  は、[監視経路設定問題] の局所最適解である。

この [定理] から、[監視経路設定問題] の局所最適解  $X^*$  を得るためには、Kuhn-Tucker 乗数  $\lambda^*$  と十分大きい  $t > t^* \geq 0$  に対し定義される拡大 Lagrange 関数  $L_t(X, \lambda^*)$  の制約なし最適化を行えばよいことがわかる。しかし、 $\lambda^*, t^*$  は既知でないので  $\lambda^*$  及び適当な  $t$  の値を求めるための手続きも必要となる。Lagrange 乗数は Kuhn-Tucker 条件を満たすように、更新し、またペナルティパラメータは正数ではあるが、解を求める条件を悪化させないように、 $\{t^{(v)} < \infty\}$  となるように提案されている方法を採用する。

まず、 $L_t(X, \lambda)$  は  $s$  の関数でもあるので、変数を減らす目的で  $s$  に関する最大化を考える。

$$\frac{\partial L_t}{\partial s} = 2s \left\{ \lambda - t \left[ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L + s^2 \right] \right\} = 0 \text{ より}$$

$$s^2 = \begin{cases} \frac{\lambda}{t} - \left[ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \right] & \left( \frac{\lambda}{t} > \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \text{ のとき} \right) \\ 0 & \left( \frac{\lambda}{t} \leq \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \text{ のとき} \right) \end{cases}$$

すなわち、

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L + s^2 = \max \left\{ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L, \frac{\lambda}{t} \right\}$$

従って、 $L_t$  を  $X, s$  について最大化することは、次式を  $X$  について最大化することと等価である。

$$\begin{aligned}
 L_t(X, \lambda) &= I(X) \\
 &+ \begin{cases} \frac{\lambda^2}{2t} & \left( \frac{\lambda}{t} > \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \text{ のとき} \right) \\ \lambda \left[ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \right] - \frac{1}{2} t \left[ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \right]^2 & \left( \frac{\lambda}{t} \leq \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \text{ のとき} \right) \end{cases} \\
 &= I(X) - \frac{1}{2t} \left\{ \min \left\{ 0, \lambda - t \left[ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \right] \right\}^2 - \lambda^2 \right\}
 \end{aligned}$$

この  $s$  の最大化に対応して  $\lambda^{(\nu)}$  は

$$\begin{aligned}
 \lambda^{(\nu+1)} &= \lambda^{(\nu)} - t^{(\nu)} H(X^{(\nu)}) \\
 &= \lambda^{(\nu)} - t^{(\nu)} \left\{ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L + s^2 \right\} \\
 &= \min \left\{ 0, \lambda^{(\nu)} - t^{(\nu)} \left[ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \right] \right\}
 \end{aligned}$$

と更新される。

以上より、乗数法のアルゴリズムをまとめると以下のように整理される。

### アルゴリズム (拡大 Lagrange 関数法)

step0: 初期設定

反復カウンタ  $\nu = 0$ ; パラメータ  $\alpha (1 \leq \alpha \leq 10 \text{ 程度})$ ,  $\beta \in (0, 1)$  (いずれも [3] 参照),  $t^{(0)} > 0, \epsilon (= H(X)$  の値が十分 0 に近いと判定する基準) を適当に設定する。

$\lambda^{(0)} = 0, c^{(0)} = 10^{20}$  (大きな値なら何でも良い。) に設定する。(  $c^{(\nu)}$  は、 $H(X)$  の値で、アルゴリズム中で  $c^{(\nu)} \rightarrow 0$  となるように更新され続ける収束判定のためのパラメータである。)

適当な初期値  $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, y_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}, y_n^{(0)})$  から始めて、step1 - step5 を終了条件を満たすまで反復する。

step1: 制約なし最適化

$L_{t^{(\nu)}}(X^{(\nu)}, \lambda^{(\nu)})$  の制約なし最適化問題を解いて、その解  $X^{(\nu+1)} \in R^{2n}$  を求める。

step2: 不等式制約値の更新

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L$$

に  $X^{(\nu+1)} = (x_1^{(\nu+1)}, y_1^{(\nu+1)}, \dots, x_n^{(\nu+1)}, y_n^{(\nu+1)})$  を代入する。

step3: ペナルティパラメータ  $t$  の更新

$$\left| \max \left\{ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L, \frac{\lambda^{(\nu)}}{t^{(\nu)}} \right\} \right| > \beta c^{(\nu)} \text{ か?}$$

$$\text{yes} \implies t^{(\nu+1)} = \alpha t^{(\nu)}$$

$$\text{no} \implies t^{(\nu+1)} = t^{(\nu)}$$

step4: Lagrange 乗数  $\lambda$  ・パラメータ  $c^{(\nu)}$  の更新

$$\left| \max \left\{ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L, \frac{\lambda^{(\nu)}}{t^{(\nu)}} \right\} \right| > c^{(\nu)} \text{ か?}$$

$$\text{yes} \implies c^{(\nu+1)} = c^{(\nu)}$$

$$\lambda^{(\nu+1)} = \lambda^{(\nu)}$$

$$\text{no} \implies c^{(\nu+1)} = \left| \max \left\{ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L, \frac{\lambda^{(\nu)}}{t^{(\nu)}} \right\} \right|$$

$$\lambda^{(\nu+1)} = \min \left\{ 0, \lambda^{(\nu)} - t^{(\nu)} \left[ \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} - L \right] \right\}$$

< 終了判定 >  $c^{(\nu+1)} < \epsilon$  ならば step6 へ

step5: カウンターリセット

$\nu = \nu + 1$  とし、step1 へ

step6: 終了

$X^{(\nu+1)}$  を書き出す。

step1: 制約なし最適化 を行う際には、ニュートン(Newton)法のアルゴリズムを利用するが、その際に必要な積分形で書かれている  $I(X)$  の偏導関数を求める手続きを 付録. 1 に示す。また、目的関数値、1階・2階の偏導関数値を求める際に、いずれも数値積分を要するが、計算機によりそれらの計算を多量に行うことが困難であることから、付録. 2 の近似式を用いて計算する。

## 5. 数値実験

前章で述べたアルゴリズムに基づき、数値実験を行い、本研究で提案する経路設定方法の有効性について議論する。

### 5.1 アルゴリズムの有効性

図2(a)のような  $[0, 4200]^2$  領域で  $n = 13$  点で構成されるモデル初期経路 (経路長  $l_0 = 13240.2$ ) を設定する。(a) ではさらに例として  $n' = 54$  隻の船舶が分布している様子を示している。各船舶は、図のような各位置を中心とし、独立に同一の2次元正規分布をしているとする ( $\sigma_x = \sigma_y = 150$ )。なお、各中心位置  $(\alpha_j, \beta_j)$  は、実データを参考に点在させた。

一方、航空機について、まず、センサの探知範囲を  $R = 300$  とする。発見確率  $g$  は、数値積分の簡略化のために経路からの3つの距離での値を代表値として採用する。付録. 2 より、経路からの3つの距離として、 $l_l = 0.5 \cdot (1 + \sqrt{3/5})R = 0.887R$ ,  $l_m = 0.5R$ ,  $l_s =$

$0.5 \cdot (1 - \sqrt{3/5})R = 0.113R$  (いずれも近似値) を考え、各代表点での発見確率は、(2) 式での定数を  $2ch/w = 10000$  とすることで、以下のような値となる。

$$(g(l_i), g(l_m), g(l_s)) = (0.063, 0.319, 0.999)$$

このような状況に対し、距離上限  $L = 11000$  を想定する。また、計算パラメータの値を  $\alpha = 5, \beta = 0.25, \epsilon \approx L/100 = 100, t^{(0)} = 1.0 \times 10^{-5}$  とする。 $\epsilon$  は、計画する経路長全体に対し決定すべき量であり、今回は、実際の運用での余裕経路長(燃料)に比べ、かなり厳しい値を設定した。ペナルティパラメータ  $t$  の値は、 $t = 1.0 \times 10^{-3}, 1.0 \times 10^{-5}, 1.0 \times 10^{-7}$  で予備的な実験を行い、得られる基準経路の質から判断して  $1.0 \times 10^{-5}$  を採用した。このとき、 $\beta = 0.25, 0.8$  の2とおりで予備検討したが、収束速度の点で  $\beta = 0.25$  を採用した。

反復回数は、最大  $\nu = 15$  回とし、それまでに収束に至らない場合は、その時点での解を最終解とした。

数値実験は NEC PC-9821 Cx13(CPU:133MHz) 上で実施し、プログラムは MS-Fortran5.1 により記述した。

図2(b),(c),(d) はそれぞれ、 $n' = 54, 108, 162$  隻存在する領域で (a) の経路から始めて収束した経路例である。いずれの経路長  $l_f$  も、誤差を加味した  $L + \epsilon = 11100$  以下となり、各場合の予想船舶位置に近接するように目的関数値が増大する ( $\Delta obj$  で表示) 経路が得られている。特に目標数が増加した (c),(d) のような船舶分布に対しては、経路からのセンサの探知範囲外に目標が位置するような状況も生じ、そのような目標に近接するように経路が構成されていないことも見受けられる。この点、船舶位置への近接の程度を規定するセンサレンジの大きさと初期端点を与える位置とのバランスや、端点数  $n$  の選び方に工夫の余地がある。

端点数  $n = 13$  の場合の各線分経路の midpoint にとった  $n = 26$  の例でも、程度の差はあるものの、距離上限を満たし予想船舶位置に近接する収束経路が数回の反復の後には得られることから、今回提案する方法により、ほぼ実用的な基準経路が構築できると判断される。

しかし、端点数をさらに細かくとった  $n = 52, 104$  の場合は ( $n = 26$  の場合の半分、さらにその半分の位置に取る)、最大反復回数までアルゴリズムが反復し、距離上限を満たすような経路が得られないことがわかった(図3参照)。これは、3節でも触れたように、端点数を細かく取りすぎた結果、局所的な船舶密度の高い領域に細かく取った端点が引きつけられてしまい、端点の移動が不安定となり、無駄な経路を移動する傾向が大となることから、距離上限を満たさなくなると推測される。このような冗長な経路を構築してしまう可能性を回避するには、そのように端点を細かく取りすぎないか、あるいは、経路が交錯しないような端点の移動に関する制限を設ける等の工夫が必要である。運用上は基準経路として取る端点数が30程度以下であり、現状のアルゴリズムでも十分実用的である。

計算時間の点でも、日常的な運用において十分実用的であると考えられる。

表1: 計算時間 (単位: 秒) / 反復回数

$n$	$n'$			
	54	108	162	216
13	46.47 / 5	71.38 / 4	156.93 / 6	141.29 / 4
26	130.13 / 8	263.50 / 8	228.94 / 5	457.25 / 7
52	376.47 / 15	790.59 / 15	1052.43 / 15	1439.78 / 15
104	739.97 / 15	1497.42 / 15	2148.12 / 15	2981.94 / 15



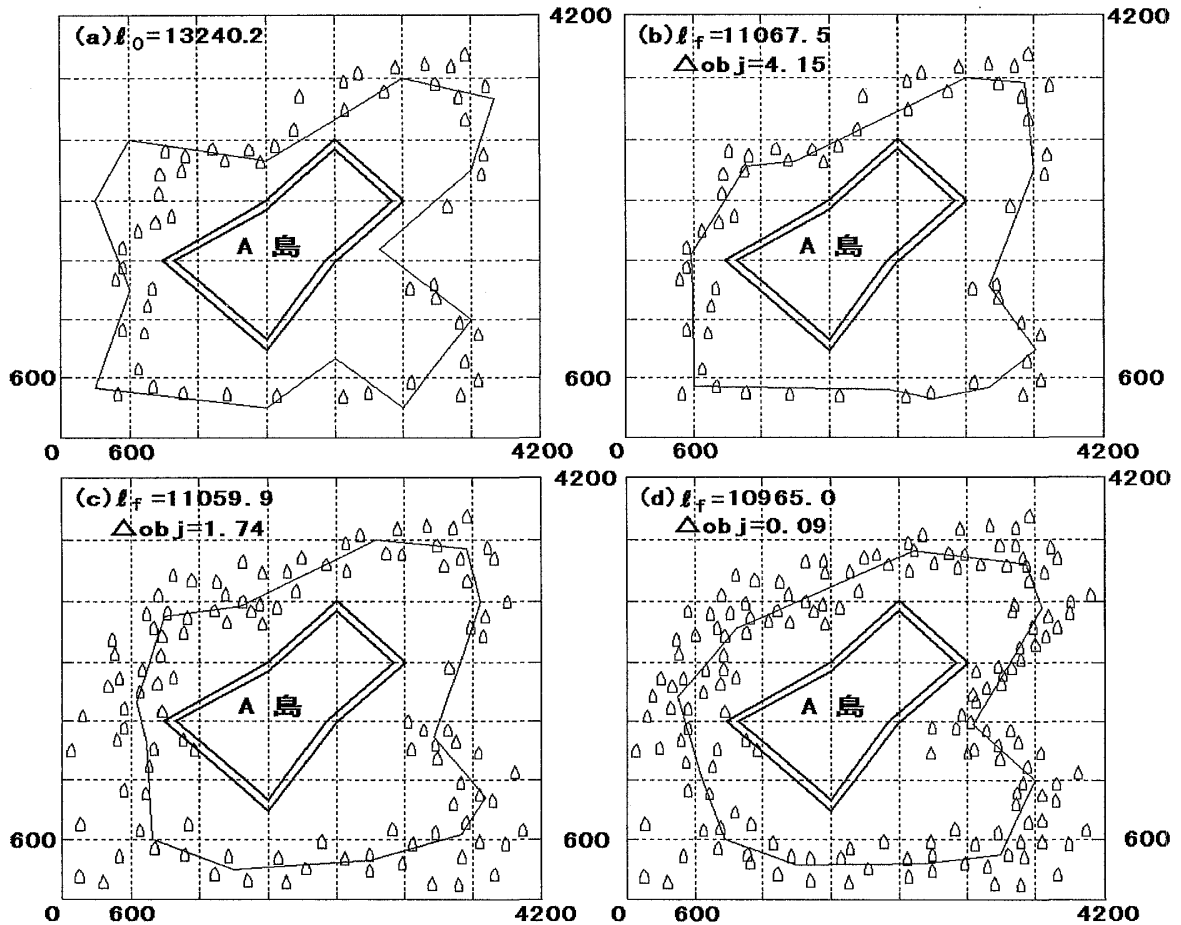


図2: (a) 初期経路と (b)  $n' = 54$ , (c)  $n' = 108$ , (d)  $n' = 162$  の場合の改良経路

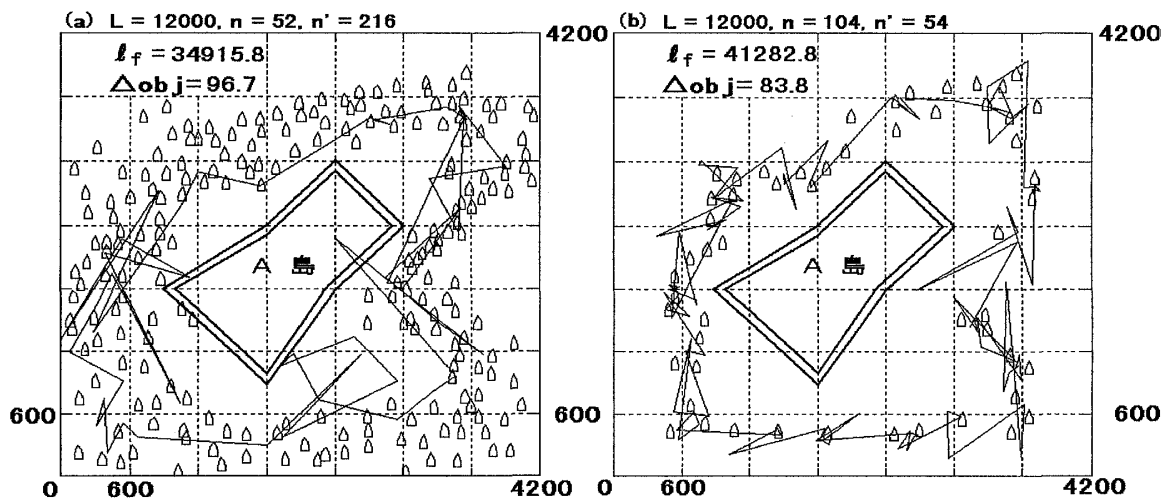


図3: 収束に至らなかった経路例 (代表的な例)

### 5.2 収束経路の頑健性

初期経路を図4(a)のように、分布する船舶の外側・中間・内側で、初期端点を分布する船舶位置に引きつけられるような位置に取った場合、経路長・目的関数値いずれもほぼ同じような経路が得られた ( $L =$  制限なし,  $n = 16, n' = 54$  の場合; 図4(b))。このことから、収

東経路は初期経路の選び方にはそれほど依存しないことがうかがえる(収束経路の頑健性)。目的関数値は、分布する船舶の外側(実線で表示)・内側(点線で表示)に初期経路を設定した場合、大きく増大している(外側:13.93 → 35.09、内側:14.33 → 34.83)。一方、分布船舶に対し中間的な初期経路を選択すると、各端点近傍の密度が大きな領域に端点が引きつけられ、目的関数値がそれほど増大せずに収束してしまうように見受けられる。このことから、初期経路の設定に際し、最終的な経路に近い経路を設定するのではなく、比較的大まかに取った方が、より目的関数値が増大し、船舶位置に近接する経路が構成される可能性が示唆される。

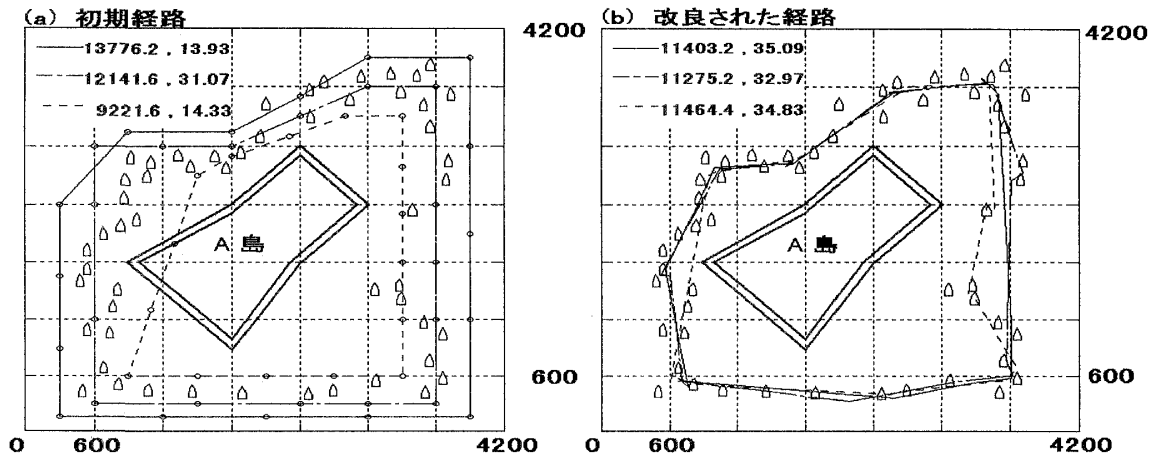


図4: 3つの異なる初期経路と改良された経路 (L:制限なし,  $n=16$ ,  $n'=54$ )

### 5.3 船舶が直線状に分布する例

3節でも触れたように、船舶が対象海域の周辺部に分布する場合でなく、直線状に分布する場合(図5(a))は、船舶密度の高い領域に端点が集中してしまうことから、平たくつぶれ込み入った経路が構成されてしまう危険性がある。実際、この例で反復を繰り返すと、図5(b)のような、目的関数値は増大するものの実運用に適さない経路が構成されてしまう。この例でさらに端点を細かくとると、船舶密度の高い領域で端点が振動するような現象も十分予想され、このような分布例に対する本アルゴリズムの限界が指摘される。このような分布例に対しては、5.1節でも述べたように、端点の移動に関する何らかの制限を設ける必要がある。

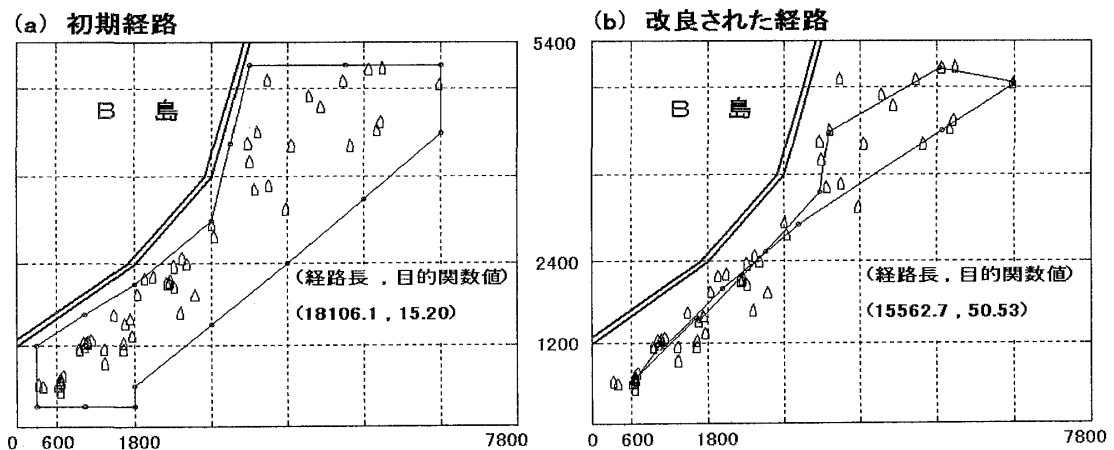


図5: 船舶が直線状に分布する場合の例 (L:制限なし,  $n=16$ ,  $n'=54$ )

## 6. 結論と今後の課題

本論文では、海上監視活動における効率的な経路設定方法として、航空機からの期待発見隻数を最大化するように基準経路を移動させる方法を提案し、数量的な検討を加えた。海上監視における基準経路の決定に際し、従来にない数量的な視点が持ち込まれたという点において、本研究は新しい研究である。また、数量的な検討の結果、初期設定した経路に比し、予想船舶位置に近接する経路が構成されていることから、今回提案した方法の考え方の妥当性・有効性が示された。この方法を利用することにより、運用者が基準経路を設定する際の意味決定を実用上は十分に支援しうると考える。

ただし、いくつかの問題例から今後検討すべき課題が浮上してきた。まず、特に端点数が多い場合は計算ルーチンを反復するに連れて、端点が局所的な船舶密度が大きな領域に集中してしまい経路が入り組んでしまう。また、船舶が直線状に分布している際も、同様な原因から経路が平たくつぶれた形状になってしまう。これらの問題に関し、端点の移動に関する何らかの制約を付加する必要がある。

局所的な船舶密度の高い点に端点が集中しないための具体的な方策としては、反復の度に端点移動量を少なくするような意図的な収束性を加えたり、端点が重ならないように近接可能な下限の距離をもうけたり、あるいは、船舶の線密度のようなもの(= 区分線分ごとの期待発見船舶数/区分線分長)を考え、その値が大きくなるときは極大点を探す近傍を小さく取り、逆に小さな値の場合は、近傍を大きく取る極大点を探すといった工夫が考えられる。さらに、計算幾何学の手法を盛り込むことで区分的な線分の交差が容易に判定できるので、交差をさけるような工夫を盛り込むことは可能である。また参考文献 [4] のように、各反復ごとで端点の Voronoi 図を考え、その領域で極大点を探すといった方策を採用すれば交差は確実に回避される。これらの方策の組み合わせにより交差のない(少ない)経路が得られることが期待できる。

さらに、5.2 節で最終的な経路は初期経路にはそれほど依存しないことが示唆されたものの、どのような初期経路の時によりよい経路が得られるか、端点数は、分布する船舶に対しどの程度の間隔で取ったならばよいか等の問題に対してはより多くの数値実験例から解を見いだしていく必要がある。

## 謝辞

有益な御助言、御指導頂いた審査員に深く感謝致します。

## 付録 1 偏導関数の計算

制約付き最大化問題である [監視経路設定問題] は、最終的に制約なし問題の列に変換し、ニュートン (Newton) 法を利用して解を算出するという手続きを踏むため、積分形で書かれている目的関数  $I(X)$  の 1 階・2 階偏導関数の導出が必要である。

$I(X)$  の  $x_i$  に関する偏導関数を求めると、2 次元での Leibnitz の公式から (3) に示すように、連続する線分経路領域のうち、 $(x_{i-1}, y_{i-1}), (x_i, y_i)$  を 2 端点とする線分を含む領域  $V_{i-1}$  及び  $(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})$  を 2 端点とする線分を含む領域  $V_i$  での偏導関数のみが計算される。(以下、 $f(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) \equiv d(x, y)g(l(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}))$  と略記する。)

$$(3) \quad \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i=1}^n \int \int_{V_i} d(x, y)g(l(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})) dx dy$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \int \int_{V_{i-1}} f(x, y, x_{i-1}, y_{i-1}, x_i, y_i) dx dy + \int \int_{V_i} f(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) dx dy \right] \\
&= \int_{u'_1}^{u'_2} \int_{v'_1}^{v'_2} \frac{\partial f(x, y, x_{i-1}, y_{i-1}, x_i, y_i)}{\partial x_i} dx dy \\
&\quad + \frac{dv'_2}{dx_i} \int_{u'_1}^{u'_2} f(x, v'_2, x_{i-1}, y_{i-1}, x_i, y_i) dx + \frac{du'_2}{dx_i} \int_{v'_1}^{v'_2} f(u'_2, y, x_{i-1}, y_{i-1}, x_i, y_i) dy \\
&\quad - \frac{dv'_1}{dx_i} \int_{u'_1}^{u'_2} f(x, v'_1, x_{i-1}, y_{i-1}, x_i, y_i) dx - \frac{du'_1}{dx_i} \int_{v'_1}^{v'_2} f(u'_1, y, x_{i-1}, y_{i-1}, x_i, y_i) dy \\
&+ \int_{u_1}^{u_2} \int_{v_1}^{v_2} \frac{\partial f(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})}{\partial x_i} dx dy \\
&\quad + \frac{dv_2}{dx_i} \int_{u_1}^{u_2} f(x, v_2, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) dx + \frac{du_2}{dx_i} \int_{v_1}^{v_2} f(u_2, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) dy \\
&\quad - \frac{dv_1}{dx_i} \int_{u_1}^{u_2} f(x, v_1, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) dx - \frac{du_1}{dx_i} \int_{v_1}^{v_2} f(u_1, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) dy
\end{aligned}$$

ただし、 $(u'_2, v'_2), (u'_1, v'_1)$  は領域  $V_{i-1}$  の上限・下限、 $(u_2, v_2), (u_1, v_1)$  は領域  $V_i$  の上限・下限の値である。

ここで、発見確率は、航空機の位置を中心とするセンサの有効な視界(注：信号強度上、運用者に”発見した”と認識させる距離；探知範囲  $R$  以下の一定円)上で、局所的な天候等の外的要因によらず、ある一定の確率  $C$  ( $0 \leq C < 1$ ) となることを仮定する。さらに、航空機が区分的線分上を連続的に飛行する際の線分経路近傍の外的要因が一様である仮定を置くことにより、線分上の各点を中心とするセンサの有効視界が描く包絡線上で、発見確率は一定( $= C$ )となるので、1階偏導関数の表現が簡略化される。

(3)の後半( $V_i$ に関する部分)は、以下のように計算される。

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x_i} \int \int_{V_i} f(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}) dx dy \\
&= \int_{u_1}^{u_2} \int_{v_1}^{v_2} \frac{\partial f(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})}{\partial x_i} dx dy \\
&\quad + C \left[ \frac{dv_2}{dx_i} \int_{u_1}^{u_2} d(x, v_2) dx - \frac{dv_1}{dx_i} \int_{u_1}^{u_2} d(x, v_1) dx + \frac{du_2}{dx_i} \int_{v_1}^{v_2} d(u_2, y) dy - \frac{du_1}{dx_i} \int_{v_1}^{v_2} d(u_1, y) dy \right] \\
&= \int_{u_1}^{u_2} \int_{v_1}^{v_2} \frac{\partial f(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})}{\partial x_i} dx dy \\
&\quad + C \left[ - \int_{u_1}^{u_2} \left\{ - \frac{dv_2}{dx_i} d(x, v_2) + \frac{dv_1}{dx_i} d(x, v_1) \right\} dx + \int_{v_1}^{v_2} \left\{ \frac{du_2}{dx_i} d(u_2, y) - \frac{du_1}{dx_i} d(u_1, y) \right\} dy \right]
\end{aligned}$$

さらに、平面上でのGreenの定理を上式の大括弧 [ …… ] の部分に適用すると、

$$\begin{aligned}
[ \dots ] &= \oint_{c_i} \left\{ - \frac{dy}{dx_i} d(x, y) dx + \frac{dx}{dx_i} d(x, y) dy \right\} \\
&= \int \int_{V_i} \left( \frac{\partial d(x, y)}{\partial x} \frac{dx}{dx_i} + \frac{\partial d(x, y)}{\partial y} \frac{dy}{dx_i} \right) dx dy \\
&= \int \int_{V_i} \frac{d(d(x, y))}{dx_i} dx dy
\end{aligned}$$

となる。ただし、積分経路  $c_i$  は、 $V_i$  の境界を反時計回りに1周する経路とする。

この式で、被積分関数である全微分項は、海上での船舶密度  $d(x, y)$  が、端点座標  $x_i$  には依存しないことから、

$$\frac{d(d(x, y))}{dx_i} = 0$$

であるので、上述の仮定を置くことにより、(3) は次のように簡潔にまとめられる。

$$(4) \quad \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i=1}^n \int \int_{V_i} d(x, y) g(l(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})) dx dy \\ = \int \int_{V_{i-1}} \frac{\partial f(x, y, x_{i-1}, y_{i-1}, x_i, y_i)}{\partial x_i} dx dy + \int \int_{V_i} \frac{\partial f(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})}{\partial x_i} dx dy$$

実際の被積分関数(1),(2)で1階偏導関数を求めると、 $k = ch$  と略記するとして、

$$\int \int_{V_i} \frac{\partial f(x, y, x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1})}{\partial x_i} dx dy = \int \int_{V_i} \frac{2k}{wR} \cdot \frac{(2R^2 - l^2)}{l^3 \sqrt{R^2 - l^2}} e^{-\frac{2k}{wR} \frac{\sqrt{R^2 - l^2}}{l^2}} \frac{\partial l}{\partial x_i} d(x, y) dx dy$$

ただし、

$$\frac{\partial l}{\partial x_i} = \frac{(y_{i+1} - y_i)[(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} - x) + (y_{i+1} - y_i)(y_{i+1} - y)]}{[(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2]^{(3/2)}} \\ \times \frac{(x_{i+1} - x_i)(y - y_i) - (y_{i+1} - y_i)(x - x_i)}{|(x_{i+1} - x_i)(y - y_i) - (y_{i+1} - y_i)(x - x_i)|}$$

となり、領域  $V_{i-1}$  に関する偏導関数は、

$$\int \int_{V_{i-1}} \frac{\partial f(x, y, x_{i-1}, y_{i-1}, x_i, y_i)}{\partial x_i} dx dy = \int \int_{V_{i-1}} \frac{2k}{wR} \cdot \frac{(2R^2 - l^2)}{l^3 \sqrt{R^2 - l^2}} e^{-\frac{2k}{wR} \frac{\sqrt{R^2 - l^2}}{l^2}} \frac{\partial l}{\partial x_i} d(x, y) dx dy$$

ただし、

$$\frac{\partial l}{\partial x_i} = \frac{(y_i - y_{i-1})[(x_i - x_{i-1})(x - x_{i-1}) + (y_i - y_{i-1})(y - y_{i-1})]}{[(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2]^{(3/2)}} \\ \times \frac{(x_i - x_{i-1})(y - y_{i-1}) - (y_i - y_{i-1})(x - x_{i-1})}{|(x_i - x_{i-1})(y - y_{i-1}) - (y_i - y_{i-1})(x - x_{i-1})|}$$

となる。 $y_i$  に関する1階偏導関数 ( $\partial/\partial y_i$ )、及び2階偏導関数 ( $\partial^2/\partial x_i^2, \partial^2/\partial y_i^2, \partial^2/\partial x_i \partial y_i$ , ( $= \partial^2/\partial y_i \partial x_i$ )) も同様に求まり、制約なし問題の解法としてNewton法が利用可能となる。

## 付録. 2 近似計算のための9点公式

目的関数値、1階・2階偏導関数値を計算機により計算する際に、正確な数値を求めることが解析的に困難であることから、以下の近似公式を用いた [1]。

四角形  $S$  (面積  $4a^2$ ) 上での積分を四角形内の9点における関数値を用いて近似する。

$$\frac{1}{4a^2} \int \int_S f(x, y) dx dy = \sum_{i=1}^9 w_i f(x_i, y_i) + R \quad (R \text{は誤差項}; R = O(a^6))$$

ただし、 $(x_i, y_i)$  は図6の記号を用いて表され、座標番号  $i$  と重み  $w_i$  の対応は表2のとおりである。

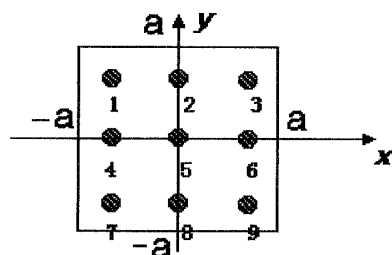


図6: 関数値を取る点の配置

表2: 代表点と重みの関係

$i$	$x_i$	$y_i$	$w_i$
1	$-\sqrt{\frac{3}{5}}a$	$\sqrt{\frac{3}{5}}a$	25/324
2	0	$\sqrt{\frac{3}{5}}a$	40/324
3	$\sqrt{\frac{3}{5}}a$	$\sqrt{\frac{3}{5}}a$	25/324
4	$-\sqrt{\frac{3}{5}}a$	0	40/324
5	0	0	64/324
6	$\sqrt{\frac{3}{5}}a$	0	40/324
7	$-\sqrt{\frac{3}{5}}a$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}a$	25/324
8	0	$-\sqrt{\frac{3}{5}}a$	40/324
9	$\sqrt{\frac{3}{5}}a$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}a$	25/324

## 参考文献

- [1] M.Abramowitz and I.A.Stegun(eds.): *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables* (Dover, New York, 1964).
- [2] D.J.Bertsimas: A vehicle routing problem with stochastic demand. *Oper. Res.*, 40 (1992) 574-585.
- [3] 今野 浩、山下 浩: 非線形計画法 (日科技連, 1978).
- [4] 岡部篤行、鈴木敦夫: 最適配置の数理 (朝倉書店, 1992).
- [5] H.N.Psarafitis: Dynamic vehicle routing problems. In B.Golden and A.A.Assad (eds.): *Vehicle Routing : Methods and Studies* (Elsevier, North-Holland, 1988).
- [6] B.W.Silverman: *Density Estimation for Statistical and Data Analysis* (Chapman and Hall, London, 1986).
- [7] 多田和夫: 探索理論 (日科技連, 1973).

小宮 享 / 森 雅夫

東京工業大学

社会理工学研究科

経営工学専攻

〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1

E-mail : komiya@me.titech.ac.jp

mori@me.titech.ac.jp

## ABSTRACT

## ROUTING PROBLEM IN SURVEILLANCE OPERATION AT SEA

Toru Komiya      Masao Mori  
*Tokyo Institute of Technology*

We consider an airplane routing problem when it flies for surveillance operation at sea. The surveillance operation is done by the following procedure. First, an airplane surveys the given area along a given standard route (piecewise linear) by its own sensor (radar, visual apparatus etc.) and detect a ship. The range of the sensor is limited, so the plane cannot grasp the information of all ships within the mission area at once. Then the plane approaches the objective and discriminate what it is. The plane must go back to the base where it has left before its fuel is used up. We intend to give a standard route to accomplish the mission more efficiently.

The precise information of the ships (position and speed) cannot get before takeoff, so we cannot utilize the combinational techniques, that is often used in vehicle routing problems. We formulate the problem as a non-linear optimization problem with a constraint for flight distance. The objective is to maximize the expected value of the detected ships within an operation, that is calculated as integration, along a given route, of product value of the detecting probability from the plane and the density of the ships in the area. As the surveillance operation is carried out periodically, and the positions of the ships (such as fishing boats, ocean ships) is expectable to some degree, we assume that we can draw the density map of ship of the area. We also suppose that the detecting probability obeys the inverse cube law of the distance. The density of the ships is given as a sum of 2-dimensional normal density functions, centered at expected positions of individual ships.

We use Augmented Lagrangean Function Method to construct the algorithm of the problem. Numerical experiments show that the method proposed in the paper gives a good standard route in reasonable computation time.