

## 動的計画法による配管の最適溶接位置決定法

松本輝夫  
(株)日立情報ネットワーク

土屋昇  
(株)創源システム

澄川順二  
(株)日立製作所

仁尾都  
明星大学

(受理 1996 年 10 月 21 日 ; 再受理 1998 年 2 月 10 日)

**和文概要** 本論文ではプラント配管の溶接費用を最小にするような最適溶接位置決定問題への動的計画法の適用について述べる。配管はエルボや T 継ぎ手、素材管を組立溶接して作られる。搬送可能な大きさに分割されたスプールと呼ぶ部分配管を工場溶接で製作し、現地で配管全体を組み立て現地溶接している。

ここで考慮した条件は工場溶接及び現地溶接の単価、輸送限界で制限されたスプールの大きさ、配管中で溶接できない溶接禁止領域や、溶接しなければならない溶接必要領域、素材管の長さの制約である。

溶接費用が最小となる関数を以下に示す。

$$F(x) = \min_{y \in Y(x)} \{C1 + G(y, x) + F(y)\} \quad (x = 1, 2, 3, \dots, m)$$
$$G(y, x) = \min_{t \in W(y, x)} \{C2 + G(t, x)\} \quad (y = x - 1, x - 2, \dots)$$

ここで、 $x, y, t$  は配管上の位置を表し、配管の中心線をメッシュに分割した時のメッシュの境界に始点側から付けた番号である。始点の番号を 0、終点の番号を  $m$  とする。 $Y(x)$  は、 $y$  から  $x$  までが一つの輸送可能なスプールとなりうるスプールの開始位置  $y$  の集合で、 $W(y, x)$  は、 $y$  と  $x$  の間にあって  $y$  に最も近い工場溶接となりうる位置  $t$  の集合である。 $F(x)$  は始点から  $x$  までの現地溶接費用と工場溶接費用の和の最小値であり、 $G(y, x)$  は、 $y$  から  $x$  までのスプール内にある工場溶接費用の最小値である。 $C1$  と  $C2$  はそれぞれ現地溶接と工場溶接の単価である。

最後に、提案した方法による溶接費用の計算結果は従来の手法に比較して 10% 少ない値を示し、人手による作業時間の 20% の工数で溶接位置を計算出来ている。

### 1. 序論

化学プラントや原子力プラントにおいて、配管の製作コストや設計工数はかなり大きな部分を占めている。製作コストを低減するためには、輻輳する配管のレイアウトが合理的で、作業の遣り直しが起きない最適化された設計を短期間で行なうことが最も重要な課題の一つである。

配管設計の効率化のために、配管 CAD システムが開発され ([4, 9])、一般にも市販されている ([5, 7])。このような配管 CAD システムの主な機能は図面の入力・作図、検索、編集、出図 ([2]) であり、配管ルートを決める等の、計画設計を支援することが主目的である。最近では耐震強度計算や干渉チェックの機能を加え、プラスチック等で作った縮小配管モデルを計算機モデルで置き換えて CAD でレイアウト計画が行われている。

更に、最適な配管ルートの決定を計算機で支援する研究も行われている ([10])。

計画設計が終わり、バルブ、継手類の位置が決まると、次に、鉄鋼メーカーから購入した一定の長さの素材管 (これを定尺材と呼ぶ) を材料として配管を製作する段階となる。配管は原則として工場で作製され現地のプラントに輸送して据付られる。しかし、配管全体を工場で作成させると大き過ぎて作業場所までの輸送や、組み立て現場へ搬入ができなくなるために、輸送や搬入が可能な大きさに配管全体を分割して工場内で製作し、建設現地でこれを組

み立てる必要がある。配管の一部を工場で部分的に製作した部分組立配管をスプールと呼ぶ。当然、現地での作業は機械の使用が制限されたり、作業員を派遣する費用が追加されるために、工場内での作業の加工費は安くなる。また、購入した定尺材の材料歩留まりをよくすれば、購入する定尺材の本数を少なくできて材料費用を減らすことができる。

本論文では、配管全体をどのようなスプールに分割すれば加工費用を最小にできるか、という生産設計の問題について考える。この問題に関して今までに報告された例は見あたらない。

配管全体をいくつかのスプールに分割し、スプール内の溶接位置を決定する問題を、工場内での溶接費用と現地における溶接費用の合計を最小化する最適な溶接位置決定問題として定式化し、多重動的計画法を用いて解く方法を提案する。特に、スプールの分割数を平滑過程のようにあらかじめ固定しないで、最小溶接費用と同時に最適なスプールの分割数が決まるように試みている。

ところで、溶接位置が定まると、製作に必要な素材管の長さが決定されたことになる。この素材管を切り出すために必要となる定尺材の員数を最小にするにはどのように部品の素材管を組み合わせるかという問題がある。この問題は、NP 完全なクラスの bin packing 問題として知られている。従って、定尺材をどのスプールに割り当てるかという問題まで含めて、配管の加工費用を最小にする溶接箇所決定はかなり困難であり、ここでは取り扱わない。

## 2. 問題の記述

### 2.1 配管生産の概要

配管は化学プラントや原子力プラントを構成する機器と機器を結び、配管の中を高圧蒸気や薬品などの流体が流れている。また、途中で他の配管や機器を避けるために曲がり、又、壁を貫通したりする。配管の曲がっている部分は直管を曲げ加工した曲げ管や、エルボと呼ばれる継手が用いられる。さらに、配管の途中には、フランジ、T 字型継手 (Tee's)、レジャーサなどの継手や、枝管、バルブ、および配管を支えるためのサポートなどがある。

枝管や Tee's 突出部の先にも配管が続いており、一般的にはネットワークを構成すると考えられる。しかし、枝管の場合には配管の直径が異なる場合が多く、設計図面の管理や生産管理の都合上、分岐部を適当な長さで切断して枝管から分岐する部分を別の配管として扱っている。また、Tee's の場合には突起部の直径は母管の直径と同じ場合もあるが、両端や突起部で溶接が必要になることから、主となる配管ルートを一つの管理単位とし、Tee's から枝分かれする部分を別系統の配管として管理している。従って、本論文では、一つの配管系統は途中で曲がってはいるものの、中心線に着目すれば一次元とみなせるものとして扱う。本論文で取り扱う配管の典型的例を図 2.1 に示す。

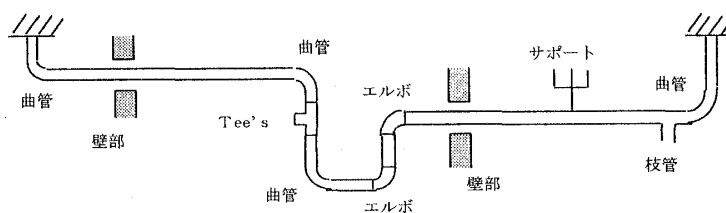


図 2.1 配管の例

先にも述べたように、配管は、輸送可能なスプールと呼ぶ部分組立配管を工場内で製作

し、トラック等で輸送して、現地で互いに溶接して配管を製作する。配管を製作する上で必要となる溶接は大きく分けて2種類ある。第1はスプール内にあり、工場で溶接される工場溶接である。第2はスプールとスプールを溶接するものであり、現地で溶接される現地溶接である。現地での1箇所あたりの溶接单価  $C_1$  は工場内の溶接单価  $C_2$  に比べて数倍の費用がかかる。

配管をどのようなスプールに分割し、スプールをどのように工場で組み立てるかという問題は、図2.2のように現地溶接位置  $W_i$  と工場溶接位置  $w_j$  を決定する問題である。溶接位置を決定する際には、2.2節で述べる輸送限界、定尺長、溶接禁止領域等の制約を考慮しなければならない。従来は溶接位置の決定を設計者が経験によって行っていたが、本論文はこの溶接費用を最小にする、最適な現地溶接位置及び工場溶接位置を決定する方法を提案するものである。

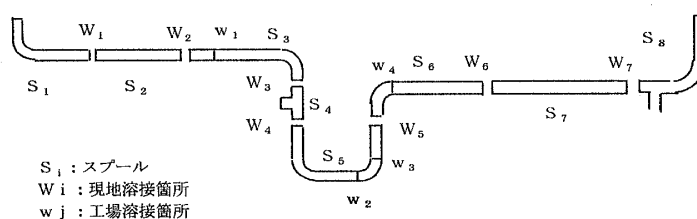


図 2.2 スプールと溶接位置の例

## 2.2 制約条件

### (1) 輸送限界

工場で製作したスプールはトラック等で現地に輸送されるために、スプールの大きさは制限され、図2.3に示す様に一例として、長さ、幅、高さがそれぞれの最大輸送長  $8\text{m} \times 2.3\text{m} \times 2.9\text{m}$  を超えられない。現地まで輸送する配管の大きさに対する制限を輸送限界と呼び、輸送限界内に入るスプールは輸送可能なスプールと言う。今、対象とする配管全体の一方の端点を始点  $P_0$ 、他方の端点を終点  $P_e$  とする。配管上の任意の点  $x$  に対して、点  $y$  が始点側の輸送限界点であるとは、

- (a)  $y$  から  $x$  迄を一つのスプールとしたとき、輸送可能である、
- (b)  $y$  は上記 (a) を満足する最も始点側の点である

を満足する場合に言う。輸送限界点は終点側にも存在するが、本論文では特に断らない限り始点側の輸送限界点を単に輸送限界点と呼び、

$$y = X(x) \quad (1)$$

と記す。

ところで、スプールはトラックに積載できる輸送可能な直方体の中とにかく収まれば良いというものではなく、計算機で複雑な計算をして積載できるというようなスプールでは、作業者が実際にトラックに積むときに難しいパズルを解くような局面が生じ、必ずしも実用的な解は得られない。また、荷姿も不安定で輸送時に危険である。従って、本論文では、スプールをトラックに積載する際に、少なくとも1箇所の直管部をトラックの進行方向に平行におく、という制約を考慮することにする。

### (2) 素材管の定尺長による制約

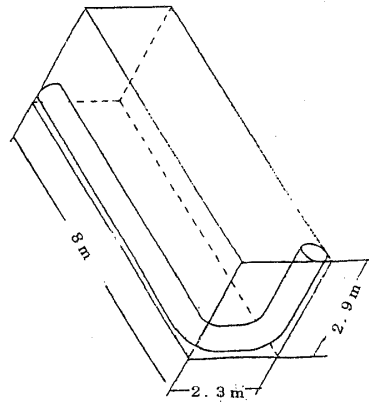


図 2.3 輸送限界寸法

鉄鋼メーカーから購入する素材管は同種(材質, 口径, 肉厚など)の素材管に対しては一定の長さで購入する。この一定の長さの素材管を定尺材と呼び, 定尺材の長さ  $L$  を定尺長と呼ぶ。溶接位置の間隔は定尺長を超えることができない。

### (3) 溶接禁止領域 $\Gamma$

配管の途中には現地でも工場内でも溶接してはならない部分, 又は, 溶接できない部分がある。例えば, 据付後に壁の中に入る部分は, プラントが運転に入った後行われる溶接部の定期検査が出来ないので, 溶接があってはならない。また, 配管の曲がり部分に品質上の観点から溶接があってはならない。さらに, エルボやバルブなどの継手の内部に溶接位置を設定することはできない。以上の諸条件を考慮して定められる溶接禁止領域の集合を  $\Gamma$  とする。

$$\Gamma = \{x \mid \text{配管上の位置 } x \text{ は溶接禁止}\} \quad (2)$$

ただし,  $x$  は始点からの中心線上での距離である。

### (4) 溶接必要領域 $Q$

配管を製作する上で, 現地か工場内で必ず溶接しなければならない領域があり, この領域を溶接必要領域という。例えば, エルボやバルブなどの継手の両端は必ず溶接しなければならないが, 幅が0の溶接必要領域といえる。また, 二つの曲げ部分が接近している場合に, 曲げ加工機の構造上の制約から一つの素材管で曲げることが出来ず二つの曲げ部分の間には溶接が必要となる。配管の構造や保守管理及び製作上の都合で, 溶接が必要となる溶接必要領域の集合を  $Q$  とする。

$$Q = \{[x, y] \mid \text{配管上の領域 } [x, y] \text{ 内に溶接が必要}\} \quad (3)$$

$x, y$  は始点からの中心線上での距離である。

### (5) 現地溶接禁止領域 $\Phi$

配管を現地で据え付ける際に, 現地では溶接できない配管上の部分を現地溶接禁止領域と呼ぶ。例えば, 他の配管や建屋の壁に近いために溶接する作業スペースがとれず, 作業が困難な部分は現地溶接禁止領域となる。現地溶接禁止領域の集合を  $\Phi$  とする。

$$\Phi = \{x \mid \text{配管上の位置 } x \text{ は現地での溶接禁止}\} \quad (4)$$

### (6) 現地溶接必要領域 $S$

配管中で現地で溶接しなければならない部分を現地溶接必要領域と呼ぶ。例えば、電動バルブの両端のように、単体で現地に搬入し、現地で溶接せざるを得ない部分がある。現地溶接必要領域の集合を  $S$  とする。

$$S = \{[x, y] \mid \text{配管上の領域 } [x, y] \text{ 内に現地での溶接が必要}\} \quad (5)$$

### 3. 動的計画法による解法

#### 3.1 記号、用語の説明

以上の問題記述に用いた記号や、以下で用いる記号を次に示す。

- スプール： 部分的に組み立てた配管で、工場から現地へ輸送する単位。工場内で製作するので、スプール内の溶接は全て工場溶接である。また、スプールは輸送可能な大きさでなければならない。
- $C1$ ： 現地溶接位置 1 箇所当たりの現地溶接单価。
- $C2$ ： 工場溶接位置 1 箇所当たりの工場溶接单価。
- $L$ ： 鉄鋼メーカーから購入する素材管の定尺長。
- $M$ ： 配管を中心線にそってメッシュに分割したときのメッシュの境界のノード番号の集合で  $\{0, 1, \dots, m\}$ 。
- 配管上の位置  $x$ ： 配管の中心線にそって一次元座標を考えたときの、始点からの距離が  $x$  の位置。又は、ノード番号が  $x$  の位置。点  $x$  とも言う。
- $X(x)$ ： 配管上の位置  $x$  から始点側の輸送限界位置。
- $[a, b]$ ： 点  $a$  から点  $b$  までの配管の部分  $\{x \mid a \leq x \leq b\}$ 。閉領域  $[a, b]$  とも言う。
- $(a, b)$ ： 開領域  $\{x \mid a < x < b\}$ 。
- $\langle a, b \rangle$ ： 開領域、閉領域を特に区別しないときに領域  $\langle a, b \rangle$  と記す。
- $\Gamma$ ： 溶接禁止領域内の配管上の位置  $x$  の集合。領域  $\langle a, b \rangle$  内の全ての位置が溶接禁止であるときに、 $\langle a, b \rangle \subseteq \Gamma$  と記す。
- $Q$ ： 溶接必要領域  $[a, b]$  の集合。
- $\Phi$ ： 現地溶接禁止領域内の配管上の位置  $x$  の集合。
- $S$ ： 現地溶接必要領域  $[a, b]$  の集合。
- $D(x)$ ：  $x$  がノード番号のとき配管の始点から中心線にそって  $x$  までの距離。
- $P_0$ ： 始点。ノード番号が 0 の点。
- $P_e$ ： 終点。ノード番号が  $m$  の点。
- $F(x)$ ： 始点から  $x$  までの配管の製作に必要なとなる最小の溶接費用。ただし、両端の現地溶接費用は含まない。
- $G(y, x)$ ：  $y$  から  $x$  まで ( $y \leq x$ ) を一つのスプールとした時、工場でのこのスプールの製作するのに必要となる最小の溶接費用。ただし、両端の現地溶接費用は含まない。
- $H(x)$ ：  $F(x)$  を実現するための、 $x$  の直前の一つの最適な現地溶接位置。
- $I(y, x)$ ：  $G(y, x)$  を実現するための、 $y$  の直後の一つの最適な工場溶接位置。
- $Y(x)$ ：  $x$  の直前の現地溶接位置となることができるとなる位置の集合。 $Y(x) \subseteq [X(x), x)$  であり、 $y \in Y(x)$  に対して、 $(y, x)$  に含まれる現地溶接必要領域は存在しない。
- $W(y, x)$ ： スプール  $[y, x]$  において、 $y$  の直後の工場溶接位置となることができるとなる位置  $t$  の集合。素材管の定尺長や溶接必要領域によって制約される。 $t$  の中で最も  $x$  に近い限界値を  $z$  とすると、 $(y, z)$  に真に含まれる溶接必要領

域は存在してはいけないので,  $(y, x)$  の中に存在する溶接必要領域の中で  $y$  を含まず, 最も始点  $y$  側にある溶接必要領域を  $[c, d]$  とすれば,  $z$  は溶接必要領域  $[c, d]$  の中にあるか, もしくは  $[c, d]$  より始点側にあるので  $z \leq d$  である.

更に,  $D(z) \leq D(y) + L$ .

$U$ : 最適現地溶接位置の集合.

$V$ : 最適工場溶接位置の集合.

### 3.2 溶接位置決定問題の定式化

配管の一方の端点を始点  $P_0$  とし, 他方の端点を  $P_e$  とする. 配管上の溶接位置を, 始点  $P_0$  からの中心線上での距離で表わす. 始点  $P_0$  から  $x$  までの配管を作るときに, 一組の可能な現地溶接位置の集合  $\mathbf{u}$  を

$$\mathbf{u} = (W_0, W_1, W_2, \dots, W_n) \quad (6)$$

ここで,

$$W_0 = P_0, \quad W_n = x, \quad (7)$$

$$W_{i-1} \in \mathbf{Y}(W_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

とする. このとき, スプール同士を溶接するための現地溶接箇所数は  $n - 1$  であり, 両端  $W_0, W_n$  の溶接費用を除いた総溶接費用  $F\mathbf{u}(x)$  は,

$$F\mathbf{u}(x) = (n - 1) \times C1 + \sum_{i=1}^n G(W_{i-1}, W_i) \quad (9)$$

$$= C1 + G(W_{n-1}, x) + (n - 2) \times C1 + \sum_{i=1}^{n-1} G(W_{i-1}, W_i) \quad (10)$$

$$= C1 + G(W_{n-1}, x) + F\mathbf{u}'(W_{n-1}) \quad (11)$$

である. ここで,

$$\mathbf{u}' = (W_0, W_1, W_2, \dots, W_{n-1}) \quad (12)$$

である. 始点から  $x$  までの配管に対して,  $U_x$  を現地溶接位置の集合  $\mathbf{u}$  の全ての集合とすれば, 最小な総溶接費用  $F(x)$  は,

$$F(x) = \min_{\mathbf{u} \in U_x} F\mathbf{u}(x) \quad (13)$$

$$= \min_{\mathbf{u} \in U_x} \left\{ (n - 1) \times C1 + \sum_{i=1}^n G(W_{i-1}, W_i) \right\} \quad (14)$$

$$= \min_{W_{n-1}} \left\{ C1 + G(W_{n-1}, x) + \min_{\mathbf{u}' \in U'} F\mathbf{u}'(W_{n-1}) \right\} \quad (15)$$

$$= \min_{W_{n-1}} \left\{ C1 + G(W_{n-1}, x) + F(W_{n-1}) \right\} \quad (16)$$

と変形できる. ここで,  $W_{n-1}$  は  $x$  の直前の現地溶接位置であるから,  $W_{n-1} \in \mathbf{Y}(x)$  である. また,  $U'$  は  $W_{n-1}$  を固定したときの  $\mathbf{u}' = (W_0, W_1, \dots, W_{n-1})$  の全ての集合である.  $W_{n-1} = y$  と書き直せば,

$$F(x) = \min_{y \in \mathbf{Y}(x)} \{ C1 + G(y, x) + F(y) \} \quad (17)$$

を得る.

### 3.3 メッシュ分割

式(17)において状態を表す変数  $x$  は  $[P_0, P_e]$  内の連続した値を取り得る. しかし,  $x$  の直前の現地溶接位置の候補集合  $Y(x)$  を計算する際に必要となる輸送限界位置  $X(x)$  が,  $x$  を連続変数とした場合には数式の型で陽に求められない. そこで, 配管全体を中心線にそって溶接禁止領域  $\Gamma$  を除いて, メッシュに分割し,  $x, y$  の変域をメッシュの境界点の集合とする. メッシュの境界の点に番号を付けてノード番号と呼ぶ. 始点のノード番号を 0, 終点のノード番号を  $m$  とし, ノード番号の集合  $M$  を

$$M = \{0, 1, 2, \dots, m\} \quad (18)$$

とする. 実際のプログラムでは, メッシュは溶接禁止領域を除いて等間隔に割り振るが, 配管の終端の点  $P_e$  や, 溶接禁止領域, 現地溶接禁止領域, 溶接必要領域, 及び現地溶接必要領域の境界が等間隔のノード点に重なるとは限らない. そこで, 終端の点及び領域の境界位置にノードを追加しメッシュを増やす.

メッシュ分割を行うことにより, 式(17)の  $x, y$  はノード番号を表し,  $Y(x)$  はノード番号の集合で  $Y(x) \subseteq M$  となる.

### 3.4 最適現地溶接位置

$F(x)$  は最小の溶接費用を表わす関数であり, 式(17)を  $x = 1, 2, \dots, m$  と逐次解くことにより  $F(P_e)$  が得られるが, これを実現する具体的な現地溶接位置の集合  $u$  は  $x$  に対して, 計算した結果を保管しておかないと求められない. そこで, 現地溶接位置  $x$  に対して, その直前の最適な現地溶接位置  $y$  を関数値とする関数  $H(x)$  を定義する. すなわち, 式(17)の右辺の最小値を与える複数の  $y$  の内の一つを選択し  $y^*$  とすれば,

$$H(x) = y^* \quad (19)$$

となる. 複数の  $y$  の内のいずれを選択しても, 総費用  $F(x)$  は変わらない.

この解法によれば, スプールの数, すなわち, 現地溶接数をあらかじめ固定する必要はなく,  $F(x), H(x)$  を計算することにより, 最終的な現地溶接数も同時に決めることができる.

ノード番号 0 から始まり,  $m$  まで計算して,  $F(P_e)$  が得られた段階で, 全ての  $x \in M$  に対する  $H(x)$  を用いると,  $W_{n-1} = H(P_e)$  は  $P_e$  の直前の最適な溶接位置であり,  $W_{n-1}$  の直前の最適な現地溶接位置は  $H(W_{n-1})$  で得られる. 以下, 同様にして始点に至るまでの最適な現地溶接位置の組  $U$  が得られる.

式(17)を計算するためには,  $Y(x)$  と  $G(y, x)$  の計算と,  $F(0)$  の定義が必要である. ただし  $F(0)$  の値は最終的な最適溶接位置には影響しないので, 便宜的に  $F(0) = -C1$  と定義する. 次に,  $Y(x)$  と  $G(y, x)$  の計算方法について述べる.

### 3.5 直前の現地溶接のノード候補 ( $Y(x)$ の計算方法)

$x \in M$  に対する直前の現地溶接となり得るノードの集合  $Y(x)$  は, 次の条件を満足するノード  $y$  の集合である.

- (1)  $[y, x]$  は輸送限界制約を満足する. すなわち,  $y \in [X(x), x]$  である.
- (2)  $y$  は  $x$  より始点側の現地溶接の候補点であるので,  $x$  に最も近い現地溶接必要領域を  $[a, b] \in S$  とすると,  $y$  は  $[a, b]$  の範囲か,  $[a, b]$  より  $x$  側の点となるので  $y \geq a$  である.
- (3)  $y$  は溶接禁止領域に属さない. すなわち,  $y \notin \Gamma$  である.

輸送限界位置  $X(x)$  については 2.2 節で述べた方法により計算する. 3.5 節の条件 (2), (3) については, 現地溶接必要領域の集合  $S$ , 溶接禁止領域の集合  $\Gamma$ , から容易に計算できる.

### 3.6 スプール内の最適工場溶接位置決定問題 ( $G(y, x)$ の計算方法)

$y$  から  $x$  までのスプール  $[y, x]$  を工場内で製作するときの最小の溶接費用は  $G(y, x)$  であるとしている. ここで,  $x \in M$ ,  $y \in Y(x)$  である. スプール  $[y, x]$  内にある溶接は全て工場溶接であるから, 制約条件としては, 輸送限界制約や現地溶接に関する制約を考慮する必要は無く, 次の制約のみを考慮すれば良い.

- (1) 定尺長  $L$
- (2) 溶接禁止領域  $\Gamma$
- (3) 溶接必要領域  $Q$

スプール内の工場製作費用  $G(y, x)$  を最小にする問題も  $F(x)$  の場合と同様にメッシュを用いた動的計画法により解くことができる.  $y$  から  $x$  までのスプール  $[y, x]$  を作る時に, 一組の可能な工場溶接位置の集合  $\mathbf{v}$  を

$$\mathbf{v} = (w_k, w_{k-1}, \dots, w_0) \quad (20)$$

ここで,

$$w_k = y, \quad w_0 = x, \quad (21)$$

とする.  $w_{j-1}$  は  $w_j$  の直後の工場溶接位置であり,  $w_j$  を現地溶接と仮定したスプール  $[w_j, x]$  を考えると,  $w_{j-1}$  は

$$w_{j-1} \in \mathbf{W}(w_j, x) \quad (j = k, \dots, 2, 1) \quad (22)$$

を満たす必要がある. 工場溶接個所数はスプールの両端の溶接  $w_k, w_0$  を除いて  $k-1$  である. このとき, 総溶接費用  $G_{\mathbf{v}}(y, x)$  は,

$$G_{\mathbf{v}}(y, x) = (k-1) \times C2 \quad (23)$$

$$= C2 + G_{\mathbf{v}'}(w_{k-1}, x) \quad (24)$$

である. ここで  $\mathbf{v}'$  は,

$$\mathbf{v}' = (w_{k-1}, \dots, w_1, w_0) \quad (25)$$

である.  $y$  から  $x$  までの配管に対する一組の可能な工場溶接位置の集合  $\mathbf{v}$  の全ての集合を  $V_y$  とすれば, 最小な総溶接費用  $G(y, x)$  は,

$$G(y, x) = \min_{\mathbf{v} \in V_y} G_{\mathbf{v}}(y, x) \quad (26)$$

$$= \min_{W_{k-1}} \{C2 + \min_{\mathbf{v}' \in V'} G_{\mathbf{v}'}(w_{k-1}, x)\} \quad (27)$$

$$= \min_{W_{k-1}} \{C2 + G(w_{k-1}, x)\} \quad (28)$$

と変形できる. ここで,  $w_{k-1}$  は  $y$  の直後の工場溶接位置であるから,  $w_{k-1} \in \mathbf{W}(y, x)$  である. また,  $V'$  は  $w_{k-1}$  を固定したときの  $\mathbf{v}' = (w_{k-1}, \dots, w_1, w_0)$  の全ての集合である.  $w_{k-1} = t$  と書き直せば,

$$G(y, x) = \min_{t \in \mathbf{W}(y, x)} \{C2 + G(t, x)\} \quad (29)$$

を得る.



### 3.7 最適工場溶接位置

$G(y, x)$  は最小の工場溶接費用を表す関数であり、式(29)を始点側に向けて  $t = x-1, x-2, \dots, y$  と逐次解くことにより  $G(y, x)$  が得られるが、 $G(y, x)$  を実現する具体的な溶接位置の集合  $v$  は計算された結果を保管しておかないと求めることが出来ない。

そこで、溶接位置  $y$  に対して、その直後の最適な工場溶接位置  $t$  を関数値とする関数  $I(y, x)$  を定義する。すなわち、式(29)の右辺の最小値を与える複数の  $t$  の一つを選択して  $t^*$  とすれば、

$$I(y, x) = t^* \quad (30)$$

となる。  $t$  の内のいずれを選んでも工場溶接の最小費用  $G(y, x)$  は変わらない。

$G(y, x)$  が得られた段階で、全ての  $y \in Y(x)$  に対する  $I(t, x)$  も同時に得られる。  $w_{k-1} = I(y, x)$  は  $y$  の直後の最適な工場溶接位置であり、その  $w_{k-1}$  の直後の最適な工場溶接位置は  $I(w_{k-1}, x)$  で得られる。以下、同様にして最適な工場溶接位置の組  $V$  が得られる。

式(29)を計算するためには、 $W(y, x)$  の計算と、 $G(x, x)$  の定義をする必要がある。  $G(y, x)$  は両端の溶接費用を含まないので、内部に工場溶接位置が存在しない場合は、  $y > x$  のときに  $G(y, x) = 0$ 、従って、  $G(x, x) = -C2$  となる。

一方、 $W(y, x)$  は  $y$  の直後の工場溶接位置の候補となるノード  $t$  の集合であり、3.1 節で定義した様に、  $t$  の中で最も  $x$  に近い限界点を  $z$  とすると、

$$(1) D(z) \leq D(y) + L \quad \text{かつ} \quad z \leq x.$$

$(y, z)$  の中には溶接が無いので、この部分は長さ  $L$  の定尺材から製作できなければならない。

(2)  $(y, z)$  に真に含まれる溶接必要領域は存在してはいけないので、  $(y, x)$  の中に存在する溶接必要領域の中で  $y$  を含まず、最も始点  $y$  側にある溶接必要領域を  $[c, d]$  とすれば、  $z$  は溶接必要領域  $[c, d]$  の中に在るか、もしくは  $[c, d]$  より始点側にあるので  $z \leq d$  である。この  $z$  を用いると、  $W(y, x) = \{t \mid t \in (y, z]\}$  である。

## 4. 溶接費用が最小となる溶接位置決定アルゴリズム

### 4.1 アルゴリズム

この 4.1 節では前節迄で述べてきた最適溶接位置決定方法をアルゴリズムの形で示す。

<アルゴリズム>

(step 1) 初期化

対象とする配管を溶接禁止領域  $\Gamma$  を除いてメッシュに分割し、メッシュ境界のノードに  $0, 1, \dots$  と番号を付け、最終ノードの番号を  $m$  とする。配管の終端の点  $P_e$  や、溶接禁止領域、現地溶接禁止領域、溶接必要領域、及び現地溶接必要領域は、領域  $[a, b]$  の境界の位置にノードを追加する。

初期値として、  $F(0) = -C1$ 、  $H(0) = 0$ 、  $x = 1$  とする。

(step 2)  $x$  の直前の現地溶接位置候補  $Y(x)$  の計算

$x$  から始点側の輸送限界位置  $X(x)$  を計算し  $y = X(x)$  とする。

$y \in \Phi$  である間、  $y = y + 1$  を繰り返す。

$y \geq x$  ならば、製作不可能であり、アルゴリズムを終了する。

$x$  に最も近い現地溶接必要領域  $[a, b] \in S$  が  $[a, b] \subseteq (y, x)$  の時に  $y = a$  とする。

$Y(x) = [y, x)$  とする。

(step 3) スプール内の最適溶接費用の計算

$x$  から始点側に向かって  $t \in Y(x)$  に対するスプール  $[t, x]$  の最小溶接費用  $G(t, x)$  を求めていく。

$$G(x, x) = -C2, \quad z = x, \quad t = x \text{ とおく.}$$

(step 4)

$$t = t - 1$$

$t < y$  ならば,  $t$  がスプール  $[y, x]$  を超えたので, go to (step 6).

工場溶接位置は, 定尺長  $L$  と, 溶接必要領域  $Q$  に影響を受けるので, 工場溶接位置の候補が存在する限界位置である  $z$  の補正を行う。

$t$  に最も近い溶接必要領域  $[c, d] \in Q$  が,  $[c, d] \subseteq (t, z)$  の時に,  $z = d$  とする。

次に,  $D(z) - D(t) > L$  ならば  $D(z) \leq D(t) + L$  となる最大のノード番号を  $z$  とする。

$z \leq t$  ならば, 制約を満たす工場溶接位置が存在しないのでアルゴリズムを終了する。

(step 5) 最小の工場溶接費用  $G(t, x)$  の計算

$$G(t, x) = \min_w \{C2 + G(w, x) \mid t < w \leq z\}$$

go to (step 4)

(step 6) 始点  $P_0$  から  $x$  までの配管を製作する最小溶接費用を計算し, 最適な現地溶接位置の候補  $y$  を求める。

(step 2) で求めた  $Y(x)$  と, (step 3) ~ (step 5) で求めた  $G(y, x)$  を用いて

$$F(x) = \min_y \{F(y) + C1 + G(y, x) \mid y \in Y(x)\}$$

を計算する。最小の溶接費用,  $F(x)$  を与える  $y$  の一つを  $y^*$  として  $H(x) = y^*$  とする。

次に,  $x = x + 1$  として,  $x \leq m$  ならば go to (step 2)

$x$  がノード番号  $m$  まで計算されると, 各  $x$  の最小の溶接費用を与える直前の現地溶接位置  $H(x)$  に求まっている。従って, 最適な  $y^* = H(P_e)$  を選ぶと,  $P_e$  を起点として, 一意的に配管全体の現地溶接位置は決まってくる。

(step 7) 全ての  $(y, x)$  に対する  $t^*$  の値を記憶して整理するにはデータが多すぎるので, 最適現地溶接位置を確定した後で, 再び, 必要な部分だけ再計算を行う。

$x = m$ ,  $y = H(m)$  とおく。  $U = \{y\}$ ,  $V = \{ \}$  とおく。

(step 8)

$$G(x, x) = -C2, \quad z = x, \quad t = x \text{ とおく.}$$

(step 9)

$$t = t - 1$$

$t < y$  ならば go to (step 11)

$t$  に最も近い溶接必要領域  $[c, d] \in Q$  が  $[c, d] \subseteq (t, z)$  の時に,  $z = d$  とする。

更に,  $D(z) - D(t) > L$  ならば  $D(z) \leq D(t) + L$  となる最大のノード番号を  $z$  とする。

(step 10) 最適な工場溶接位置の再計算

$$G(t, x) = \min_w \{C2 + G(w, x) \mid t < w \leq z\}$$

この式の右辺の最小値を与える  $w$  のうちの一つを  $w^*$  とする。

$$I(t, x) = w^*$$

go to (step 9)

(step 11)

$$t = I(y, x)$$

(step 12)

$t = x$  ならば go to (step 13)

$V = V + \{t\}$   
 $t = I(t, x)$   
 go to (step 12)

(step 13)

$x = y$   
 $x = 0$  ならば go to (step 14)  
 $y = H(x)$   
 $U = U + \{y\}$   
 go to (step 8)

(step 14)  $U$  に最適な現地溶接位置が,  $V$  に最適な工場溶接位置が求められている. アルゴリズム終了.

4.2 アルゴリズムの計算効率

配管の  $P_0$  から  $P_e$  までのメッシュの数を  $m$  とすると式(17)の  $F(x)$  の計算は  $m$  回繰り返して行う.

また, スプール内の最大メッシュ数を  $n$  とすると, 式(17)の  $G(y, x)$  の計算は一つの  $x$  に対して,  $n$  回繰り返して計算を行う. さらに,  $y, x$  を固定して  $G(y, x)$  を計算するのに最大  $n$  回の繰り返し計算が必要となる.

全体での計算は  $O(m * n^2)$  となる.

今, メッシュサイズを  $1/k$  にすると,  $k^3$  倍の繰り返し計算が必要となる. 一方, メッシュサイズを固定して, 配管の全長を  $k$  倍にすると, 全体の繰り返し計算は  $k$  倍となる.

4.3 例題

図 4.1 に示す簡単な例題を用いて<アルゴリズム>の動作を説明する. 配管の仕様や前提条件は下記の通りである. 例題でメッシュサイズを 1m としているが, 実際の配管で計算する場合のメッシュサイズは粗い場合で 10mm, 細かい場合は 1mm 程度に設定して計算する. また, 素材管の定尺長はパイプメーカーの素材管の製造能力や, 定尺材の輸送限界等で変わるが, 大体, 6m, 8m, 12m 等が用いられている.

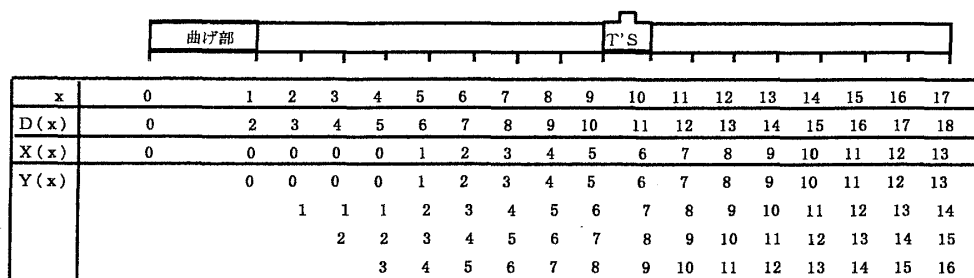


図 4.1  $x$  に対する輸送限界  $X(x)$  と現地溶接位置の候補点

- (1) 全長 18m
- (2) メッシュサイズ 1m
- (3) 定尺長 3m
- (4) 輸送限界 4m (直管部の場合)  
5m (曲げ部を含む場合)
- (5) 溶接禁止領域 曲げ部, T's の内部

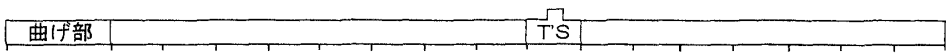
- (6) 溶接必要領域 T's の両端, すなわち,  $\{[9, 9], [10, 10]\}$   
 (7) 溶接単価  $C1 = 3, C2 = 1$

(step 1) で溶接禁止領域を除いてノード番号を付ける. 配管にノード番号を付した結果を図 4.1 に示す.

(step 2) では輸送限界位置  $X(x)$  と現地溶接位置候補  $Y(x)$  を計算する. 全てのノードに対する  $X(x)$  と  $Y(x)$  の計算結果を図 4.1 に示す.

$x = 1, 2, 3, 4$  に対して  $[0, x]$  は曲げ部を含むので  $X(x) = 0$  である. 他のノード  $x \geq 5$  に対しては  $X(x) = x - 4$  となる. 本例題では現地溶接必要領域が無いので,  $Y(x) = \{y \mid X(x) \leq y < x\}$  である.

(step 3) ~ (step 5) ではスプール  $[t, x]$  に対する最適な工場溶接位置を計算する. 例えば  $x = 4$  の場合, 図 4.1 に示す様に現地溶接位置の候補は  $Y(4) = \{0, 1, 2, 3\}$  である.  $t = 3, 2, 1, 0$  に対する  $t$  の直後の工場溶接位置の限界点  $z$  は  $t = 1, 2, 3$  の間,  $x$  からの距離が定尺長以下であるので,  $z = 4$  となる.  $t = 0$  の時, 定尺長 3m を満たす点は  $z = 2$  となる. 従って,  $G(t, 4)$  は限界点  $z$  の初期値を  $t = 4$  として図 4.2 に示す様に



t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$I(t, 4)$	2	4	4	4														
$G(t, 4)/C2$	1	0	0	0	-1													
$z$	2	4	4	4														
$I(t, 11)$									9	9	10	11						
$G(t, 11)/C2$									2	2	1	0	-1					
$z$									9	9	10	11						

図 4.2  $G(t, x), I(t, x)$  の計算例

$$G(4, 4) = -C2$$

$$G(3, 4) = C2 + G(4, 4) = 0$$

$$G(2, 4) = C2 + \min\{G(3, 4), G(4, 4)\} = 0$$

$$G(1, 4) = C2 + \min\{G(2, 4), G(3, 4), G(4, 4)\} = 0$$

となる.  $t = 0$  の場合に  $z = 2$  と変更する. 従って,

$$G(0, 4) = C2 + \min\{G(1, 4), G(2, 4)\} = C2$$

となる.

$G(1, 4) = G(2, 4) = 0$  であるから,  $G(0, 4)$  の最小値を与える工場溶接位置は位置 1, 及び位置 2 と複数個あり一意には定められない. 選択の自由度を利用して溶接費用を最小化すると同時に更に他の評価基準を最適化出来る可能性がある. 実際のシステムでは他の評価基準として, 切断せずに使える定尺材の数の最小化を行っている. 本例題では複数個の工場溶接候補位置のうち最大のノード番号を選択している.

$x = 11$  の場合には溶接必要領域  $[9, 9], [10, 10]$  が  $T$ 's の両側にあるために,  $z$  の値が (step 5) で変更されて, 図 4.2 に示す様な結果となる. 全ての  $x$  と  $t$  に対応する  $G(t, x)/cz$  を図 4.3 に示す.

なお,  $G(t, x)$  の最小値を与える工場溶接の位置は, 次のステップの  $F(x)$  の計算には使わないことと, 各ノード  $x$  毎に複数個の  $t$  に対する工場溶接の位置を記憶せねばならないことから, ここでは計算しないで,  $F(x), H(x)$  の計算が完了し, 最適な現地溶接位置が決定してから (step 8)~(step 10) で再計算する.

(step 6) では (step 2)~(step 5) で求めた  $Y(x), G(y, x)$  を用いて総溶接費用の最小値  $F(x)$  と最適な現地溶接位置  $H(x)$  を計算する. 例えば,  $x = 4$  の場合,

$$\begin{aligned} Y(4) &= \{0, 1, 2, 3\} \\ F(0) &= -C1 \quad G(0, 4) = C2 \\ F(1) &= 0 \quad G(1, 4) = 0 \\ F(2) &= 0 \quad G(2, 4) = 0 \\ F(3) &= C2 \quad G(3, 4) = 0 \end{aligned}$$

を用いて,

$$F(4) = C1 + \min\{-C1 + C2, 0 + 0, 0 + 0, C2 + 0\} = C2 = 1$$

となり,  $y^* = 0$  が得られる. 従って,  $H(4) = y^* = 0$  となる.

工場溶接位置の計算において最小の工場溶接費用を与える工場溶接位置が複数個存在したのと同様に, 最小の  $F(x)$  を与える現地溶接位置  $y$  も複数個存在する.  $x = 6$  の場合に最小の  $F(6) = 4$  を与える現地溶接位置  $y$  は  $y = 2, 3, 4$  と 3箇所存在する. 本例題ではこの中で最大のノードを選択している.

(step 7)~(step 13) では,  $H(x)$  を用いて最適な現地溶接位置の組  $U$  を計算し, スプール  $[H(x), x]$  内の最適な工場溶接位置の組  $v$  を計算する.

(step 7) では配管の終端のノード  $m$  を  $x$  の初期値とし,  $U, V$  を初期化する. 本例題の場合,

$$x = 17, \quad y = H(17) = 14, \quad U = \{14\}, \quad V = \{ \}$$

となる.

(step 8) では工場溶接位置を決定するための初期化を行う. 即ち

$$G(14, 14) = -C2, \quad z = x = 17, \quad t = x = 17$$

とおく.

(step 9), (step 10) で, スプール  $[t, x]$  に対する最適な工場溶接位置を決定する. ステップ (step 9), (step 10) は工場溶接費用  $G(t, x)$  を計算する点では (step 4), (step 5) と同じであるが, 最適な工場溶接位置を  $I(t, x)$  に記憶する点が異なっている. 図 4.2 に  $x = 4$  と  $x = 11$  の場合について  $G(t, x), I(t, x)$  の計算例を示している.

(step 11), (step 12) では,  $I(y, x)$  を用いて最適な工場溶接位置を  $V$  に計算する.  $x = 11$  の場合, (step 11) では図 4.4 に示す様に,

$$x = 11, \quad y = H(x) = 7, \quad t = I(y, x) = 9$$

となる. (step 12) では  $V$  と  $v$  の計算を繰り返し,

$$V = V + \{9\}, \quad t = I(t, x) = 10$$

$$V = V + \{10\}, \quad t = I(t, x) = 11$$

となったところで条件  $t = x$  を満足して  $x = 11$  の場合の工場溶接位置の計算を終了する。この結果、 $V$  にはスプール [7, 11] 内の工場溶接位置 {9, 10} が追加される。

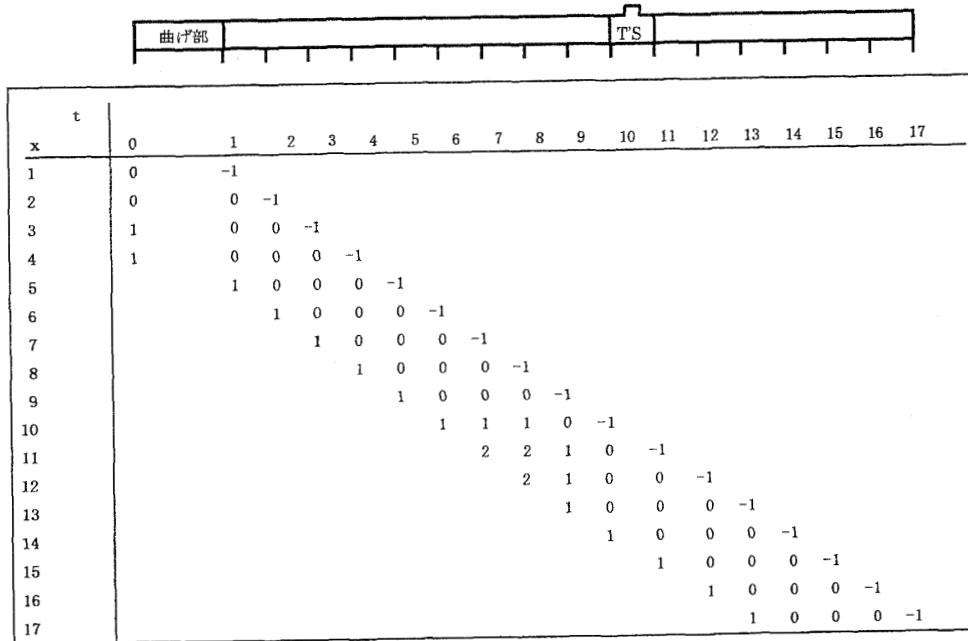


図 4.3  $G(t, x)/C2$  の計算結果

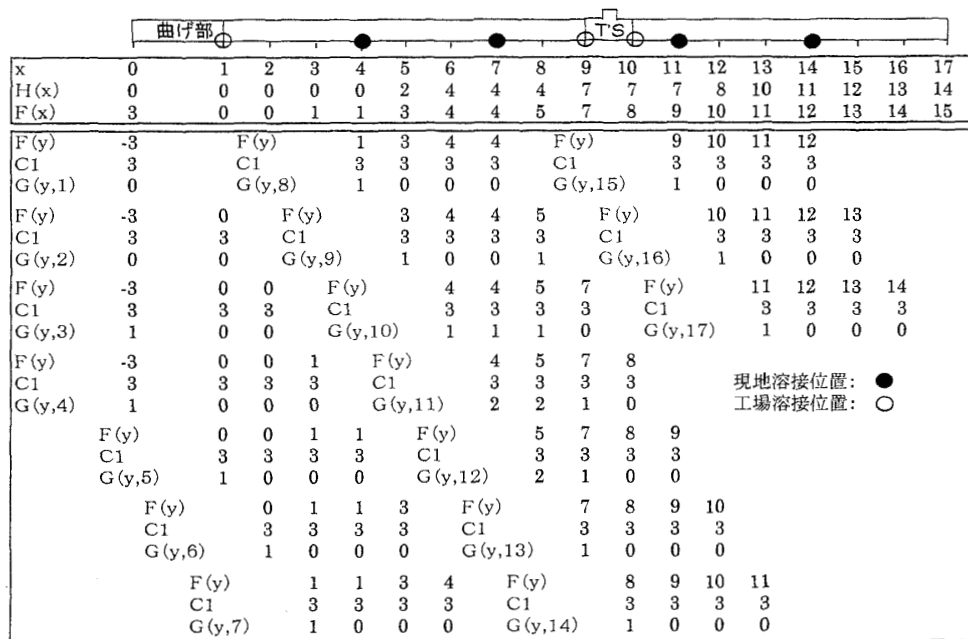


図 4.4  $F(x), H(x)$  の計算例と溶接位置

(step 13) では、スプール  $[y, x]$  内の計算が完了したので次のスプール  $[H(y), y]$  の計算を行うために、 $x, y$  を変更する。  $x$  と  $y$  の変化の様子を以下に示す。

$$\begin{aligned} x = 17 & \quad y = H(17) = 14 \\ x = 14 & \quad y = H(14) = 11 \\ x = 11 & \quad y = H(11) = 7 \\ x = 7 & \quad y = H(7) = 4 \\ x = 4 & \quad y = H(4) = 0 \\ x = 0 & \end{aligned}$$

$x = 0$  となった時点で最終ステップ (step 14) に移り、本アルゴリズムを終了する。

## 5. 数値計算例

4 節で述べた最適溶接位置決定法を用いたプログラムを作成し、実際の問題を解いた例を図 5.1 に示す。図 5.1 はアイソメトリック図と呼ばれる配管の設計図面であり、図中に計算結果として得られた溶接位置を示している。

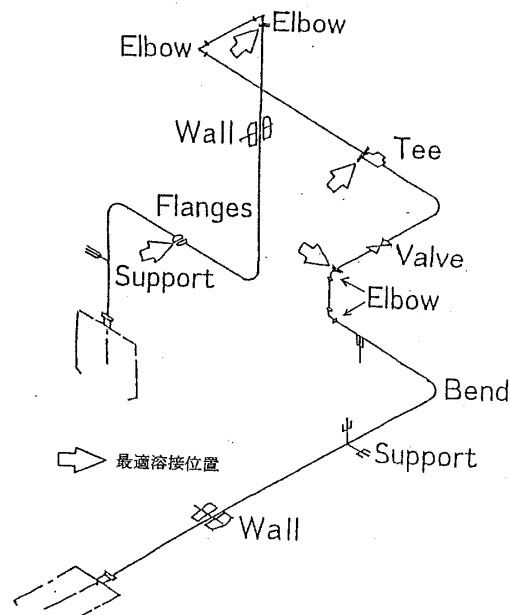


図 5.1 アイソメトリック図

原子力発電プラントで実際に使用する配管の図面を 2 年と 5 年の経験を持つ複数の配管設計者にそれぞれ独自に溶接箇所を決定させた。人手で決定した結果と本論文で提案した方法による結果を表 5.1 に示す。表 5.1 の例 4 で、本方法による結果では 1 つの部分組立配管 (スプール) の中に一つの曲げ部を含むものが 2 個と、2 つの曲げ部を含むものが 2 個あるのに対して、設計者の決定した結果は一つの曲げ部を含む 6 個の部分組立配管に分割されている。また、部分組立配管への分割結果の相違は溶接箇所の数に反映されており、本方法による結果では同じく例 4 の場合に建設現場での溶接箇所数が 6、工場での溶接箇所数が 6 となっているのに対して、人手による決定結果では現場溶接箇所が 7 と工場溶接箇所が 5 となっている。溶接箇所の総数では 3 者の結果はいずれも 12 箇所であって違いはないが、溶接費用の観点から見ると、建設現場での溶接単価を工場での溶接単価の 3 倍に設定してい

る場合に、本方法による結果が最小の費用となっている。逆に言えば、最も溶接費用が少ない溶接位置を決定したことになる。

表 5.1 計算機の計算結果と人手による溶接箇所決定の比較

配管 ライン図	決定 担当者	スプール形状				溶接箇所数			主な相違点・評価
		エルボ数	1バンド	2バンド	分割数	現地	工場	合計	
例-1	M	3	3	0	6	6	14	20	溶接継手が壁貫通部にかかる現地溶接位置検討要 フランジボルト穴振分け現地調整考慮要す 現地溶接箇所を少なくする要あり
	A	3	3	0	8	6	15	21	
	B	3	3	0	6	8	13	21	
例-2	M	4	4	0	4	4	20	24	良好 良好 現地溶接箇所を少なくする要あり
	A	4	4	0	6	6	18	24	
	B	4	4	0	8	8	16	24	
例-3	M	4	4	0	5	5	13	18	良好 良好 現地溶接箇所を少なくする要あり
	A	4	4	0	5	5	13	18	
	B	4	4	0	7	7	11	18	
例-4	M	1	2	2	6	6	6	12	曲げバンド数……2バンド 良好 曲げバンド数……1バンド 曲げバンド数……1バンド
	A	1	6	0	7	7	5	12	
	B	1	6	0	7	7	5	12	
例-5	M	4	4	1	6	7	8	15	曲げバンド数……2バンド 良好 曲げバンド数……1バンド 曲げバンド数……1バンド
	A	4	6	0	6	7	8	15	
	B	4	6	0	9	10	6	16	
合計	M	16	17	3	27	28	61	89	
	A	16	23	0	30	31	59	90	
	B	16	23	0	39	40	51	91	

(注) M: モデルプログラム500mmメッシュサイズ  
A: 人手作業 経験5年設計者  
B: 人手作業 経験2年設計者

5枚の図面を合計した溶接箇所の総数では、経験5年の設計者が充分に考えて決定した結果に比べても、溶接箇所数の90箇所に対して本方法による溶接箇所数は89であり、1箇所少なくなっている。また、建設現地での溶接箇所数は計算機の決定結果が31、人手による決定結果が40箇所である。工場溶接の単価C2と現地溶接の単価C1の比率を1対3とすると、計算機で計算した溶接費用が従来の方法と比較して、10%少ない値を示している。設計者が溶接位置を設計する際には輸送限界等の制約条件を考慮しながら実行可能解を求め、さらに試行錯誤を繰り返しながら最終的な溶接位置を決定している。このために、設計者は1日あたり1枚位しか設計できない。これに対して計算機の計算結果は設計者が確認する時間を含めて、1時間以下で終了し、大幅な作業工数を低減できる。以上のことから、本方法は実用面で極めて有効であると言える。

なお、プログラムはデータベースからデータを取り出し、結果をデータベースに戻す部分を含めてFORTRANで開発した。計算時間はメッシュサイズを $1/k$ にすると4.2節で述べたように $k^3$ 倍増加する。一方、メッシュサイズを大きくすると、最適な溶接位置が得られなくなるばかりでなくメッシュサイズ以下の無駄な端材が生じて材料歩留まりが悪くなる。

## 6. 結言

本論文では形状や継手等の設計を終えた配管に対し、製作する上で必要となる溶接位置を最適に決定する方法を示した。最後に実際の例題について本方法と、従来の人手による方法との比較を行った。

従来の方法では、設計者が溶接位置を決めるのに長時間を要していたが、本論文で提案した方法を用いることにより、熟練者でなくとも、短時間に最適な溶接位置を決定することが可能となった。

## 謝辞

研究に当たって、三根久 京都大学名誉教授にご指導いただき感謝申し上げます。



## 参考文献

- [1] 三根久: オペレーションズ・リサーチ (上巻) (朝倉書店, 1966).
- [2] L. S. Wolfe: CAD in process plant design. A report card. *Mech. Eng.*, **107**(4) (1984) 56-62.
- [3] K. R. Barkle and H. Ying: Piping support optimization. *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **46**(Supp. 1) (1984), 95-96.
- [4] 石川島幡磨重工業エネルギー事業本部: 原子力プラント配管システム INUPPS の開発. 石川島幡磨技報, **25**(1) (1985) 50-55.
- [5] 加藤利貞: PWR 型原子力発電所の配管設計の電算化. 配管と装置, **33**(7) (1993).
- [6] 金氏顯, 茗茄勲, 北野景一, 山田康吉, 加藤利貞: 原子力発電プラント設計, 製作, 建設の総合電算化システム. 三菱重工技法, **27**(4) (1990).
- [7] 川村丞一: MS-Windows 対応 3 次元 CAD 「3DPIPE」. 配管と装置, **34**(8) (1994).
- [8] 成田勇治: GRADE/ESP と立体アニメーション. 配管と装置, **45**(7) (1995).
- [9] 吉永俊治, 小林康弘, 太田吉美, 羽生正治: プラント全体の CAD・CAE システムの高度化と統合化. 日立評論, **77** (1995).
- [10] 吉永俊昭, 木口高志, 徳増真司, 熊本健二郎: 3 次元プラントレイアウト計画 CAD システム. 日立評論, **68** (1986).

松本 輝夫

〒 140 東京都品川区南大井 6-26-3 大森ベルポート 14F

(株) 日立情報ネットワーク SI 本部

e-mail: tom-cn@saturn.netspace.or.jp

## ABSTRACT

**USING DYNAMIC PROGRAMMING TO DETERMINE  
OPTIMAL PIPE WELDING LOCATIONS**

Teruo Matsumoto  
*Hitachi Information  
Networks, Ltd.*

Noboru Tsuchiya  
*Sogen Systems, Ltd.*

Junji Sumikawa  
*Hitachi, Ltd.*

Misato Nio  
*Meisei University*

This paper discusses the use of dynamic programming in plant piping for the purpose of determining optimal welding locations where welding costs are minimized. Pipes are constructed and assembled by welding elbows, *T*-joints, and material pipes together. Partial pipes, called spools, which are small enough to be transported, are welded at the factory; these parts are then assembled and welded at the site to form an entire pipe system.

The conditions we have considered here include the following: the unit costs for factory welding and for site welding; the size of the spools, restricted by the transportation mode; some parts of the pipes where welding is not possible and other parts where welding is necessary; and the lengths of material pipes.

The functions in which the welding costs are minimized are the following:

$$F(x) = \min_{y \in \mathbf{Y}(x)} \{C1 + G(y, x) + F(y)\} \quad (x = 1, 2, 3, \dots, m)$$

$$G(y, x) = \min_{t \in \mathbf{W}(y, x)} \{C2 + G(t, x)\} \quad (y = x - 1, x - 2, \dots)$$

Here,  $x$ ,  $y$ , and  $t$  represent positions on the pipe; the center line of the pipe is partitioned into meshes, and the boundaries of these meshes are labeled with numbers beginning at 0, the initial point, and ending at  $m$ , the terminal point.

$\mathbf{Y}(x)$  is the set of points  $y$  such that the part between  $y$  and  $x$  can form one spool which can be transported.  $\mathbf{W}(y, x)$  is the set of points  $t$  between  $y$  and  $x$  which can be the factory-welding spot closest to  $y$ .

$F(x)$  gives the minimum value for the sum of the site welding cost and the factory welding cost from the initial point to  $x$ , whereas  $G(y, x)$  gives the minimum value for the factory welding cost within the spool from  $y$  to  $x$ .  $C1$  and  $C2$  are the unit costs for site welding and factory welding, respectively.

In order to demonstrate the applicability of the present method, it is applied to several examples and its results are compared with those by the conventional, manual method. It indicates that the new method reduces the cost by 10% and that the welding locations are determined with only about 20% of the work processes required by manual calculation.