

階層化意思決定法 (AHP) の記述的モデルの提案と 選好順位逆転現象の整合的解釈

田村坦之 高橋 理 鳩野逸生 馬野元秀
大阪大学

(受理 1996 年 8 月 28 日 ; 再受理 1997 年 10 月 24 日)

和文概要 本論文では、階層化意思決定法 (AHP) における意思決定者の選好順位逆転現象を整合的に説明することのできる記述的モデルを新たに提案する。選好順位逆転現象とは、新しい代替案の追加やすでにある代替案の削除により他の代替案の選好度合が変化し、場合によっては、選好順位が逆転してしまう現象である。従来の AHP では、この現象に対する意味づけや理由づけができなかったために、これらの現象は AHP の矛盾であるとみなされ、どのような場合にも選好順位逆転現象が起きないように工夫が種々なされてきた。しかし、本論文では、意思決定者の選好構造の変化は実際の意思決定過程においても日常的なことであると考えられることから、この現象を矛盾ととらえるのではなく、このような意思決定者の選好構造を適切に記述しうるような改良型モデルを提案する。本モデルは、意思決定過程をそれぞれの代替案の満足度を表現する選好特性と意思決定者を取り巻く状況を評価する状況特性とからなる改良型 AHP として構成する。また、これによって、実際の意思決定過程において起こりうる代替案の選好度合の変化を適切に説明できることを示す。

1. はじめに

システムが大規模化かつ複雑化しつつある今日では、意思決定過程を正確に記述したり、支援したりすることが困難になってきている。

階層化意思決定法 (AHP, Analytic Hierarchy Process) [1] は、他の多目的意思決定手法 [2] と比べて実施が容易で、方法も理解しやすく、意思決定者への負担が比較的少ない。また、定量化できない評価対象も取り扱うことができるという点で優れている。

一方で、AHP を用いて記述することが難しい現象として、代替案の選好順位逆転現象がある。これは、新しい代替案が追加されたり、すでにある代替案が削除された場合に他の代替案の選好度合が変化し、場合によっては、選好順位が逆転してしまう現象である。従来の AHP では、この現象に対する意味づけや理由づけができなかったために、これらの現象は AHP の矛盾であるとされ、これを取り除くような工夫 [3] [4] [5] が数多くなされてきた。

本論文では、このような選好順位逆転現象を矛盾であるとしてとらえるのではなく、意思決定者の選好構造を適切に記述しうるような改良型モデルを提案する。なぜならば、代替案の追加や削除に伴う意思決定者の選好構造の変化は実際の意思決定過程においても日常的なことであるからである。本論文では、意思決定過程をそれぞれの代替案の満足度を表現する選好特性と意思決定者を取り巻く状況を評価する状況特性とからなる改良型 AHP として構成し、これによって、実際の意思決定過程において起こりうる代替案の選好度合の変化を適切に説明できることを示す。

ただし、本論文では、代替案選好の循環関係 (じゃんけんのグーチョキパーなど)[6] は存在しないものとし、Saaty 型 C.I. 値観 (ある程度の推移関係は保たれる) を仮定する。

2. Saaty の AHP について

2.1 基本公理

AHP では、次のような公理 [7] を仮定している。

公理 1: 評価基準 C のもとで、任意の 2 つの代替案 $A_i, A_j \in A$ が与えられたとき、 A_j に対する A_i の選好度合 $P_C(A_i, A_j)$ は、 A_i に対する A_j の選好度合 $P_C(A_j, A_i)$ の逆比になる。

$$P_C(A_i, A_j) = \frac{1}{P_C(A_j, A_i)} \quad (2.1)$$

公理 2: 階層構造をなすそれぞれのレベルにある要素の集合 X について、その一つ上のレベルにある要素 C の下での評価について、次の関係を満たす正の実数値 ρ が存在する。

$$\frac{1}{\rho} \leq P_C(y_1, y_2) \leq \rho, \quad y_1, y_2 \in X \quad (2.2)$$

公理 3: 階層構造をなすそれぞれのレベルにある要素はその一つ上のレベルにある要素の下で、一対比較を行うための基本的なスケール (例: 1, 2, ..., 9) が存在し、同じレベル内にある要素は互いに独立である。

公理 4: すべての評価基準と代替案が階層構造の中に含まれている。

2.2 手順

AHP は、前節に挙げた公理の下で、意思決定過程の階層化、一対比較、重要度の決定、加法和による統合化からなる意思決定手法である。

最初に、意思決定を行う問題がどのような評価基準の下で成り立っているか、そして、どのような代替案があるのかといった情報を階層構造で表現する。次に、階層構造の各レベルの要素の重要度について、そのすぐ上のレベルの要素の下で一対比較を行う。こうして構成された一対比較行列から、その最大固有値に対する固有ベクトルを求めると、各評価項目の重要度の比が分かる。ここで、それぞれの重要度の比が 1 になるように正規化する。すべてのレベルの要素について重要度を求めた後、加法系統合ルールに従って、各代替案の総合重要度を求める。

2.3 一対比較行列の整合性指標

AHP では、評価に用いる一対比較行列の整合性が十分に保たれていることが方法上の前提となっている。一対比較行列の任意の要素について、推移律が成立していることを仮定して、理論が構築されているためである。Saaty は、一対比較行列における整合性指標として、C.I. 値 (Consistency Index) を定義している。ただし、一対比較行列の大きさを $n \times n$ 、その最大固有値を λ_{\max} とする。

$$C.I. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (2.3)$$

一対比較行列の整合性が完全にとれている場合には、C.I. 値は 0 であり、C.I. 値が大きくなるほど不整合性が高いと見る。実際に作成する一対比較行列において、完全に整合性がとれることは稀であり、経験的にこの値が 0.10 ないし 0.15 以下であれば、その行列は整合的であると言われている。

3. 代替案の選好順位逆転現象と従来の研究

AHP における最大の問題点として挙げられるのが、代替案の選好順位逆転現象である。これは、新たな代替案が付加されたり、すでにある代替案が削除されることによって、他の代替案のウェイトに影響が出る現象で、しいては代替案の選好順位が逆転することもある。

これまでに行なわれてきた研究では、この現象を AHP の矛盾であるにとらえ、これを取り除くような工夫がなされてきた。Belton と Gear [3] は、重要度の和を 1 にするような正

規化の方法を改め、代替案レベルのウェイトを最大値が1となるように正規化することによって、新たに追加された代替案がすでにある代替案のどれよりも選好されるということがないならば、代替案の選好順位が起らないことを示した。また、Dyer [5] は、代替案の多属性効用理論の概念を利用して、最低水準の重要度を0、最高水準の重要度を1とする正規化により、代替案の選好度合に変化がでることのないようなモデルを提案している。

一方で、Luce と Raiffa [8] は、レストランにおける注文を例にして、実際的意思決定過程において、選好順位の逆転が起こり得ることを示している。

4. 選好順位逆転現象の原因

従来の AHP では、本来、おのおのの代替案は他の代替案と独立であるという仮定から、新たな代替案が他の代替案に影響を及ぼすことはないとされている。しかし、一対比較行列から求められるものは、それぞれの代替案の絶対評価ではなく、相対的な評価であり、ある代替案のウェイトが他の代替案のウェイトづけに依存している。したがって、代替案の追加や削除が他の代替案のウェイトにも影響を及ぼし、しいては選好順位の逆転も起こりうる。

一般的な意思決定問題においても選好順位逆転現象が実際に生じることが多数指摘されており [9]、この現象の原因は「推移則の侵害」「意思決定構造の変化」にあると挙げられている。これを AHP にあてはめると、「一対比較行列の整合性が成り立っていないとき」と「階層構造の変化があったとき」に代替案の選好順位逆転現象が起こり得ると言える。また、AHP ではそれらに加えて、「一対比較行列から求めた重要度の正規化方法に誤りがある」ことが指摘されている [5] [10]。

そこで、本論文では、重要度の正規化方法を改めた上で、「一対比較行列の整合性がとれている」、かつ、「階層構造に変化がない」場合には、代替案の選好度合の変化は起こらず、「一対比較行列の整合性がとれていない」か、「階層構造に変化がある」場合には、それが原因となって、選好度合が変化し、しいては選好順位の逆転にもつながることを説明するような改良型モデルを提案する。

5. 改良型 AHP を構成する 2 つの特性

意思決定分析は、意思決定者のおかれた状況の特殊性を問題解決に反映させるためのものとして位置付けられ [11]、さらに、意思決定者を取り巻く代替案のそれぞれに対する選好度合を表す選好特性と、意思決定者に与えられた代替案を取り巻く状況に対する選好度合を表す状況特性に分けられる。

本論文では、選好特性を意思決定者が選択することのできる代替案のそれぞれに対する満足度として評価し、状況特性を与えられた代替案集合全体に対する価値として評価し、両者を統合化することによって全体の評価を試みる。

5.1 選好特性

選好特性とは、意思決定者に与えられた代替案そのものに対する選好度合を意味する。従来の AHP においては、一対比較により求められた代替案の相対的重要度の和が1になるような正規化を行っていたことが代替案の選好順位逆転現象の原因として指摘されていた。

そこで、意思決定者に今考えている評価基準の下での希求水準を尋ね、その希求水準を代替案集合の中に入れて一対比較を行う。そして、希求水準における重要度を1とするような正規化により、各代替案の重要度を決定する。

この希求水準とは、その評価基準に関して満足できる最低ラインのことである。例えば、人は何らかの商品を購入する場合には予算を考えており、支払いの額についての目安を持っているものである。この予算が「金額」と言う評価基準の下での希求水準と言えるし、「性能」といった抽象的な評価基準の下でも、最低限これぐらいの物が欲しいというような欲求を持っているのが普通であるから、希求水準を意思決定者に想定してもらうのはそれほど困難なことではない。

意思決定者にとって、満足できる代替案のウエイトは1以上になり、不満のある代替案のウエイトは1より小さくなるという点で、それぞれの代替案に付加された数値はその代替案に対する満足度を表現していると言える。また、希求水準が変化しない限り、各代替案に付加される数値は変わらない。

5.2 状況特性

一般に、代替案に関する情報が意思決定に大きく影響を及ぼすことがある。例えば、非常に魅力的な代替案があると、その魅力を引き出すような評価基準のウエイトが高くなる。

そこで、本論文で提案するモデルでは、代替案集合を取り巻く状況を状況特性として抽出し、この値が大きい評価基準ほど、代替案の集合全体に関する魅力が大きいと考え、そのウエイトを大きくする。AHPの基本公理3によれば、「あるレベルの重要度はその下のレベルの要素には依存しない」とあるため、代替案集合に依存して、むやみに評価基準のウエイトを変化させることは公理に反する。一方で、一対比較の整合性がとれていない場合には、意思決定者の選好があいまいであると考えられるから、代替案を取り巻く状況が意思決定に影響を及ぼすと考える。そこで、整合性の程度に応じて、状況特性を評価基準のウエイトづけに関係させることにする。

ここで、代替案集合の平均を表す数値として、代替案の幾何平均をとる。各代替案の重要度 w_1, w_2, \dots, w_n の幾何平均は、これらの積の n 乗根 $\sqrt[n]{w_1 w_2 \dots w_n}$ である。一対比較行列においてこれらの要素に対称な位置の要素 $\frac{1}{w_1}, \frac{1}{w_2}, \dots, \frac{1}{w_n}$ の幾何平均の値もまたその逆数になるので、AHPの理論に合致している。

AHPの基本公理2によると、2つの要素間の重要度の比として、割り当てる数値に上限と下限が存在することを示している。つまり、任意の要素間の重要度 a_{ij} について

$$\frac{1}{\rho} \leq a_{ij} \leq \rho \quad (5.1)$$

なる正の数 ρ が存在する。AHPの基本公理1によると、要素 j に対する要素 i の重要度 a_{ij} は、要素 j の重要度 w_j と要素 i の重要度 w_i を用いて、 $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$ と書ける。したがって、(5.1)式は次のように表せる。

$$\frac{1}{\rho} \leq \frac{w_i}{w_j} \leq \rho \quad (5.2)$$

これは、任意の i, j について成り立つから、希求水準 (重要度は1) に対する代替案の重要度 (希求水準を1とする正規化により得られる代替案重要度) も (5.2)式を満たしている。

$$\frac{1}{\rho} \leq w_i \leq \rho \quad (5.3)$$

全ての代替案重要度 w_i の幾何平均を取ると、次式が成立する。

$$\frac{1}{\rho} \leq \left(\prod_{i=1}^n w_i \right)^{\frac{1}{n}} \leq \rho \quad (5.4)$$

$$-1 \leq \log_{\rho} \left(\prod_{i=1}^n w_i \right)^{\frac{1}{n}} \leq 1 \quad (5.5)$$

ここで、状況特性を代替案の幾何平均値と希求水準の重要度 (=1) との比の対数として (5.6)式のように定義し、「意思決定者は状況特性の大きい代替案集合の評価基準を重要視する」と考える。

$$C := \left| \log_{\rho} \left(\prod_{i=1}^n w_i \right)^{\frac{1}{n}} \right| \quad (5.6)$$

$$0 \leq C \leq 1 \quad (5.7)$$

6. 両特性の統合

従来の AHP では、階層構造のそれぞれのレベルにおける要素間でのみ一対比較を行い、それぞれの代替案の総合重要度を算出していた。しかし、これまでに述べた通り、与えられた代替案についてだけの選好から全体の評価を求める方法では実際的意思決定過程をうまく記述できるとは限らない。そこで、本モデルでは、代替案自体に関する選好を満足度という観点でとらえ、希求水準を基準とした選好特性として表現し、代替案集合に関する選好を希求水準からのずれで評価した状況特性として表現し、これらを統合化することによって全体の評価を得ることとする。

この選好特性と状況特性の統合にあたっては、状況特性の値が大きいほど、代替案集合と希求水準とのずれが大きいと判断できるから、その評価基準の重要度を増し、一対比較の整合性の指標となっている C.I. 値が大きいほど、一対比較があいまいで、意思決定者の選好がはっきりしないと判断できるから、評価基準の重要度を小さくする。

そして、C.I. 値が 0 であるときには、意思決定者の代替案に関する選好がはっきりしていて、周りの状況には左右されないと考えて、状況特性の影響を及ぼさないようにする。

まず、階層構造の各評価基準レベルにおいて一対比較を行い、それぞれの評価基準の重要度を決定し、これを各評価基準の基本重要度とする。また、一対比較行列の整合性が取れていない場合には、整合性指標である C.I. 値と状況特性の値を求める。

今、代替案レベルの 1 つ上の評価基準 $p(p = 1, 2, \dots, m)$ の基本重要度を w_p^B とする。

次に、代替案レベルにおいて、それぞれの評価基準 p ごとに希求水準を含む一対比較を行う。そして、希求水準の重要度が 1 になるような正規化により、それぞれの代替案 $q(q = 1, 2, \dots, n)$ の重要度を求める。

さらに、一対比較行列の整合性が取れていない場合には、代替案 q の集合の状況特性の値 C_q を評価基準 p の基本重要度 w_p^B に反映させ、(6.1) 式のように評価基準 p の重要度 w_p を決定する。

$$w_p = w_p^B \times C_q^{f(C.I.)} \quad (6.1)$$

ここで、 $f(C.I.) (\geq 0)$ は一対比較行列の整合度 C.I. 値に依存する関数で、これを信頼性関数と呼ぶ。この関数は、一対比較行列のあいまいさを状況特性に反映させる度合を示す。従って、C.I. 値に関して単調増加の関数となる。C.I. 値が 0 の場合には状況特性を加味せず ($f(0) = 0$)、選好特性のみによる評価を行うが、C.I. 値が正である場合にはその大きさに応じて状況特性を意思決定に反映させる。

代替案レベルにおける状況特性 C_q を評価基準 p に反映した結果、ある評価基準 p の重要度 w_p が小さくなり、 $\sum_{p=1}^m w_p < 1$ になれば、再び評価基準レベルにおいて正規化する。

階層構造がより多くの層から成っている場合、同様の作業を繰り返し、順次、上の層の重要度を求めていけばよい。

すべての評価基準に対して、満足度が希求水準に等しいような代替案の重要度は 1 になる。そこで、代替案の総合重要度が 1 より大きいか小さいかがその代替案に対する満足度を示すための指標となり得る。つまり、個々の評価基準の下では希求水準より大きな値(高い満足度)を取ったり、小さな値(低い満足度)を取ったりしていても、総合重要度が 1 を越えていれば、全体的に見て満足できる代替案であると言える。このように、本モデルでは、代替案の選好順位を決めるだけでなく、満足できる代替案がいくつあるかも示すことができる。

7. 改良型 AHP の手順と数値例

Step 1: 評価基準と代替案を階層構造にまとめる。

ここでは、2つの評価基準 X, Y のもとで、3つの代替案 a, b, c を評価するような意思決定問題を考える。

Step 2: 代替案を一つ上のレベルにある評価基準の下で一対比較を行う。一対比較行列の最大固有値に対する固有ベクトルから、それぞれの評価基準の重要度の比が分かるが、重要度の和が1になるように正規化して、基本重要度とする。

最初に、評価基準同士の一対比較を行うと、Table 1 のような一対比較行列を得る。

Table 1: 評価基準の一対比較
Pairwise comparison of multiple criteria

	X	Y	Weight
X	1	1/2	0.333
Y	2	1	0.667

$$C.I. = 0$$

評価基準 X, Y の基本重要度はそれぞれ、

$$w_X^B = 0.333 \quad w_Y^B = 0.667$$

となる。

Step 3: それぞれの評価基準のもとで、希求水準を尋ねて、それも含めて、代替案の一対比較を行う。一対比較行列の最大固有値に対する固有ベクトルから、それぞれの代替案の重要度の比が分かるが、希求水準の重要度が1になるように正規化する。

評価基準 X, Y のもとでの希求水準をそれぞれ、 s_X, s_Y とすると、代替案の一対比較行列および重要度は Table 2 のようになる。

Table 2: 代替案の一対比較
Pairwise comparison of alternatives

X	a	b	c	s_X	Weight	Y	a	b	c	s_Y	Weight
a	1	1/6	1/2	1/2	0.50	a	1	7	2	3	2.97
b	6	1	3	3	3.00	b	1/7	1	1/3	1/3	0.57
c	2	1/3	1	1	1.00	c	1/2	3	1	2	1.56
s_X	2	1/3	1	1	1.00	s_Y	1/3	3	1/2	1	1.00

$$C.I. = 0$$

$$C.I. = 0.014$$

Step 4: それぞれの評価基準のもとでの一対比較行列に整合性がとれている場合、基本重要度はその評価基準の重要度となる。整合性がとれていない場合、その評価基準の重要度は (6.1) 式によって表現される。

評価基準 X のもとでの一対比較行列は整合性が完全にとれているので、意思決定者の代替案に対する選好がはっきりしていて、代替案を取り巻く状況が評価基準 X の重要度に影響を及ぼすことはない。しかし、評価基準 Y のもとでの一対比較行列は整合性がとれていないため、状況特性が意思決定に影響を及ぼし、評価基準 Y の重要度を変化させる。

今、評価基準 Y の下での状況特性を計算すると 0.147 となる。また、ここでは、 $C.I.$ に関する単調増加関数で、 $f(0) = 0$ を満たす最も簡単な信頼性関数の 1 つとして、 $f(C.I.) = 10 \times C.I.$ を仮定する。これは、経験的に、一対比較行列が整合的であるとみなせる境界値に対して、 $f(0.1) = 1$ となり、評価基準の重要度 ((6.1) 式) が基本重要度と状況特性の積で表現されるように設定したものである。

このとき、評価基準の重要度は次のようになる。

$$\begin{aligned} w_X &= 0.333 \\ w_Y &= 0.667 \times 0.147^{10 \times 0.014} \\ &= 0.510 \end{aligned}$$

Step 5: 状況特性を加味したことによって、重要度が変化した場合には、評価基準の重要度の和が 1 になるように正規化し直す。

ここでは、評価基準 X の重要度は変わらないが、評価基準 Y の重要度は一対比較行列に整合性がとれていなかったため、小さくなった。そこで、再び、評価基準の重要度を正規化して、

$$w_X = 0.395 \quad w_Y = 0.605$$

となる。結局、一対比較の整合性のとれた評価基準 X の重要性が相対的に増し、一対比較にあいまいさのあった評価基準 Y の重要性が減少したと言える。

Step 6: 加法系統合ルールにしたがって、総合重要度を求める。階層構造にまだ上の層があるときには、Step 7 へ。なければ、終了。

この評価基準の重要度を用いた代替案の総合重要度は Table 3 のようになり、代替案 a を最も選好することになる。

Table 3: 代替案の総合重要度
Overall weighting and ranking

	X	Y	Weight	Rank
	0.395	0.605		
a	0.500	2.976	2.00	1
b	3.000	0.423	1.44	2
c	1.000	1.560	1.34	3
s	1.000	1.000	1.00	4

Step 7: 各代替案の重要度が分かっている評価基準 C_1 をその一つ上のレベルにある評価基準 C_2 のもとで、一対比較を行ない、それぞれの基本重要度を求める。また、一対比較に整合性がとれていない場合には、すでに分かっている評価基準 C_1 の重要度から状況特性を求めて、その評価基準に対する重要度を変更する。Step 6 へ。

8. 選好順位逆転現象の整合的解釈

実際の意味決定過程において起こり得る、代替案の選好順位逆転現象に代表される代替案プライオリティの変化を、本論文で提案した手法によって説明できることを示し、従来手法を用いて説明することの困難さを示すことによって、本手法の有効性を明らかにする。

AHP において起こる代替案の選好順位逆転現象の原因は、前述したように、AHP の基本手順の一つである正規化の方法の誤りを正せば、「一対比較行列に整合性が成り立っていない場合」と「階層構造に変化がある場合」であった。これらのうちのどちらかにあてはまるときには代替案の選好順位逆転現象が起こり得る(起こる可能性がある)が、どちらにもあてはまらないときには、代替案の選好度合に変化があってはならない。

そこで、本論文で提案したモデルが有効であることを示すために、問題を次のように区分する。

1. 「一対比較行列の整合性がとれていて、かつ階層構造に変化がない」場合
2. 「一対比較行列の整合性がとれていない」場合
3. 「階層構造に変化がある」場合

8.1 一対比較の整合性がとれており、階層構造の変化もない場合

従来の AHP の階層構造の中では、たとえ意思決定者の判断になんら矛盾がなくても、代替案の選好順位逆転現象が起こり得ることが報告されて来た。しかしながら、「一対比較の整合性がとれており」、「意思決定をする上での構造(決定要因)に変化が無ければ」、選好順位の逆転は起こり得ない。

本論文で提案するモデルにおいて、一対比較の整合性がとれていれば、状況特性は意思決定に影響を及ぼさず、希求水準を 1 とする正規化に基づく重要度決定によって、代替案を選択する。したがって、希求水準が変わらない限り、代替案の追加や削除によって、他の代替案のウエイトづけに変化はない。階層構造中のすべてのレベルにおいて重要度が変化しなければ、代替案の総合重要度も変化するはずはなく、従って、代替案の選好順位逆転現象は起こらない。

いま、4 つの評価基準 (C_1, C_2, C_3, C_4) の下で、4 つの代替案 (A_1, A_2, A_3, A_4) を評価する。それぞれの評価基準の重要度は等しいものとする。Table 4 は、Direct Rating による各評価基準の下での代替案の価値づけを表すものである。Direct Rating とは、それぞれの評価基準の下で、ある代替案の価値を固定して、それとの比較によって、他の代替案の価値を定める。ここでは、最も選好されない代替案の価値を 1 としたときの他の代替案の価値を尋ねている。

Table 4: それぞれの評価基準における代替案の評価
Direct rating of alternatives under each criterion

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	1	9	1	3
A_2	9	1	9	1
A_3	8	1	4	5
A_4	4	1	6	6

この表から、整合性のとれた一対比較行列を作ることができ、AHP を適用して、それぞれの代替案の選好順位を決められる。Saaty の AHP により得られる代替案の総合重要度と本論文で提案する改良型 AHP から得られる総合重要度を Table 5 に示す。ただし、本論文

で提案するモデルにおいて、希求水準はすべての評価基準において代替案 A_4 に等しいものとした。

次に、これらの代替案集合から、代替案 A_4 を取り除いた場合について、同様にそれぞれの手法にしたがって、総合重要度を求めると Table 6 のようになる。

Table 5: 総合重要度 (代替案の削除前)

Overall weighting and ranking before eliminating an alternative

	Saaty's AHP		Revised AHP	
	Weight	Rank	Weight	Rank
A_1	0.261	1	2.479	1
A_2	0.252	2	1.229	2
A_3	0.245	3	1.125	3
A_4	0.241	4	1.000	4

Table 6: 総合重要度 (代替案の削除後)

Overall weighting and ranking after eliminating an alternative

	Saaty's AHP		Revised AHP	
	Weight	Rank	Weight	Rank
A_1	0.320	3	2.479	1
A_2	0.336	2	1.229	2
A_3	0.344	1	1.125	3

Table 5 と Table 6 により、従来の AHP を用いた場合には代替案 A_4 を削除する前後で他の代替案の選好順位が大きく変わっていることが分かる。つまり、すべての一対比較行列の整合性がとれており、階層構造に変化がないにもかかわらず、代替案の選好順位に変化が起こってしまうのである。

8.2 一対比較の整合性がとれていない場合

一対比較の整合性がとれていない評価基準では、意思決定者はそれぞれの代替案に対して、完全な選好意識をもっているわけではなく、あいまいな判断を行っていると言える。こういう場合には、代替案の集合を取り巻く状況が意思決定に大きく影響を及ぼすと考え、代替案自体の満足度を表現する選好特性と代替案を取り巻く状況に対する選好を表現する状況特性の両方を勘案して、意思決定が行われる。

前章において示した本モデルの数値例について考える。評価基準 Y のもとでの一対比較に少しあいまいさがあると指摘された結果、もう一度一対比較をやり直し、Table 7 のような結果を得たとする。

Table 7: 代替案の一对比較
Pairwise comparison of alternatives

Y	a	b	c	s_Y	Weight
a	1	8	2	3	3.11
b	$1/8$	1	$1/4$	$1/3$	0.38
c	$1/2$	4	1	2	1.68
s_Y	$1/3$	3	$1/2$	1	1.00

$$C.I. = 0.005$$

このとき、評価基準の重要度は以下ようになる。

$$\begin{aligned} w_X &= 0.333 \\ w_Y &= 0.667 \times 0.163^{10 \times 0.005} \\ &= 0.609 \end{aligned}$$

評価基準の重要度の和が1になるように再び正規化し直して、

$$w_X = 0.354 \quad w_Y = 0.646$$

一对比較をやり直し、一对比較のあいまいさ (C.I. 値) が減少したことにより、評価基準の重要度が変化した。この評価基準の重要度を用いて、それぞれの代替案の総合重要度を求めると、Table 8 のようになり、代替案 b と代替案 c の選好順位が逆転した。

この例により、一对比較のあいまいさによって、意思決定に影響が及ぼされ、代替案の選好順位逆転現象を引き起こす可能性があることが分かる。

Table 8: 総合重要度
Overall weighting and ranking

	X	Y	Weight	Rank
	0.354	0.646		
a	0.500	3.111	2.19	1
b	3.000	0.377	1.27	3
c	1.000	1.679	1.45	2
s	1.000	1.000	1.00	4

8.3 階層構造に変化がある場合

意思決定を行うにあたって、階層構造を AHP の 4 つの基本公理を満たすように構成することは可能である。つまり、過不足の無いように評価基準を入れたり、同レベルに従属性の高い要素が入っていないかをチェックすることができるから、構造として完全なものが構築され得る。

例えば、AHP の基本公理 4 によると、階層構造には意思決定を行うのに必要な評価基準や代替案がすべて含まれていなくてはならなかった。しかし、ここでいう「必要な評価基準

や代替案」とは、与えられている代替案を評価する上で必要な評価基準を過不足なく取り入れるということである。

しかし、代替案の追加や削除によって、新たな評価基準が加わることもある。今までは必要の無かった評価基準が、新たな代替案の付加によって必要になる場合は多い。このような場合には、もちろん解析者がふたたび階層構造を構成し直す必要があるし、変化した階層構造の下では AHP の手順にしたがって最初から、それぞれの代替案の総合重要度を評価し直すので、このときの代替案の選好度合は以前の構造における選好度合とは変化するのは当然のことである。

しかしながら、階層構造には含まれない(含めることができない)が、意思決定には大きく関与する項の存在も見逃せない。階層構造の中に取り入れられる評価基準とは、それぞれの代替案を区別するような属性のことであるため、それぞれの代替案には共通の性質をもつような項目は階層構造の中に構成されない。このような項目の存在を示すのが、Luce と Raiffa の報告 [8] である。

Luce と Raiffa は、代替案の選好順位逆転現象を示す有名な例として、ある紳士がレストランで注文をする場合を挙げている。メニューには、サーモンスターキとビーフステーキとがあり、当初は一方を選択したが、エスカルゴの存在を知った後では、もう一方を最も好ましいと判断すると言う現象が存在すると指摘したのである。

このサーモンスターキとビーフステーキとの選好順位の逆転の原因としては、そのレストランがエスカルゴという高級な料理を作ることができるということを知ったために、このレストランに対する認識が変化し、このレストランの料理は上質だと考え、意思決定者がこのレストランに求めるものが変化したものと考えられる。すなわち、エスカルゴというメニューの追加によって、意思決定過程の中に「レストランの質」という属性が加わったと言える。では、階層構造の中に「レストランの質」という評価基準を加えれば、正しい意思決定過程を表現できるであろうか。

「レストランの質」という項目は、各代替案に関して共通の評価値をとる。言い替えれば、「レストランの質」という評価基準のもとで、サーモンスターキ、ビーフステーキ、エスカルゴに対する一対比較はできない。この項目が変化したのは、エスカルゴという新メニューが登場する前の時点での評価と登場後の評価の時点である。すなわち、評価基準とは、それぞれの代替案を区別するような要素でなくてはならないため、「レストランの質」といったような代替案のすべてに共通した項を評価基準にいれても、適切な評価はできない。このように代替案に依存しないような項目が付加された場合、これをどのように評価すれば良いのであろうか。

この「レストランの質」が変わったということは、エスカルゴの追加により、このレストランは高級なレストランであるということを知り、このレストランならば味もいだろうとか、少々お金を出してもいいものを食べたい、あるいは、金額的には安くても(どんなメニューでも)おいしいだろうと思うようになったということの意味する。つまり、レストランに対して求めるものが変わったとみなすことができる。この考え方を表現しているのが希求水準である。味という評価基準のもとでの希求水準(味の期待)が高くなり、値段と言う評価基準のもとでの希求水準(予算)も高くなったのである。

8.3.1 代替案の追加前

最初に、レストランのメニューには、「ビーフステーキ」と「サーモンスターキ」の2種類があった。そこで、意思決定構造を階層的に表現し、評価基準を「料理の味」と「値段」とに設定した。そして、それぞれの評価基準のもとでの希求水準を頭の中に思い描く。すなわち、「料理の味」では、これぐらいのものが食べたいと考え、「値段」では、予算はいくらぐらいと予想する。

その後、階層構造の中の各レベルの要素について一対比較を行うと、Table 9 が得られる。

Table 9: 評価基準の対比較と重要度決定
Pairwise comparison of criteria

	Taste	Price	Weight
Taste	1	1/2	0.333
Price	2	1	0.667

次に、「料理の味」「値段」という評価基準のもとでの代替案の対比較を行った結果を Table 10 に示す。ただし、「味」の面における希求水準はサーモンステーキと同じとし、「値段」面では、ビーフステーキが 2000 円、サーモンステーキが 1000 円、希求水準が 800 円であると仮定した。

すべての対比較行列は完全に整合性がとれていることを踏まえて、代替案の総合重要度を求めると、Table 11 のようになり、この意思決定者は「ビーフステーキ」を「サーモンステーキ」より好むと言うことになる。

Table 10: それぞれの評価基準における対比較
Pairwise comparison of alternatives under each criterion

Taste	Beef	Salmon	A.L.	Weight	Price	Beef	Salmon	A.L.	Weight
Beef	1	2	2	2.0	Beef	1	0.5	0.4	0.4
Salmon	1/2	1	1	1.0	Salmon	2	1	0.8	0.8
A.L.	1/2	1	1	1.0	A.L.	2.5	1.25	1	1.0

A.L. : Aspiration Level

Table 11: 総合重要度 (代替案の追加前)
Overall weighting and ranking before adding an alternative

	Taste	Price	Weight
	0.333	0.667	
Beef	2.000	0.400	0.933
Salmon	1.000	0.800	0.867

8.3.2 代替案の追加後

ここで、レストランのオーナーが出て来て、「エスカルゴ (4800 円)」も注文できると知ったとする。この意思決定者は「エスカルゴ」を非常に高級な料理と認識しており、そういう料理を作ることのできるレストランを高く評価する。すなわち、意思決定者のこのレストランに対する認識が変わり、「平凡なレストラン」から「高級なレストラン」になったことで、このレストランに対して望むものが変わったとみなす。

この状況において、再び、意思決定者に希求水準を尋ね、対比較行列を作成し、それぞれの代替案の総合重要度を算出した。このとき、「値段」面では、高級なレストランならば、少々お金を出しても良いと考えて、予算が 1200 円程度まで上昇したとし、「料理の味」の面でも水準が上昇し、ビーフステーキ程度のものを希求水準と考えたとしよう。このときの代

替案の総合重要度は、Table 12 のようになり、ビーフステーキとサーモンステーキの選好順位が逆転した。これは、「料理の味」という面でのビーフステーキの優位性が希求水準の変化により減少し、「値段」面でのサーモンステーキの優位性が増加したことによるものである。

Table 12: 総合重要度 (代替案の追加後)
Overall weighting and ranking after adding an alternative

	Taste	Price	Weight
	0.333	0.667	
Beef	1.000	0.600	0.733
Salmon	0.500	1.200	0.967
Escargot	2.000	0.250	0.833

9. おわりに

代替案の選好度合 (プライオリティ) が変化する要因別にさまざまな選好順位逆転現象を本論文で提案したモデルを用いて説明した。記述対象としては、意思決定主体が既存の代替案のほかに新しい代替案の存在を知ることが、代替案の選好状況に影響を与え得るといふ、意思決定過程に一般的に見られる現象を扱った。このような状況を従来の AHP で記述することは不可能であったが、本論文で提案したモデルでは、それぞれの代替案の満足度を表現するものとしての選好特性、意思決定者を取り巻く状況を評価する状況特性という 2 つの概念を導入し、それぞれ代替案をミクロ的、マクロ的な視点で評価し、双方を統合することによって全体の評価を求めている。これによって、意思決定者の負担をそれほど増すことなく、さまざまな意思決定過程を柔軟に表現することができる。

今後の課題として以下に挙げる事項を検討したい。

- 互いに従属した属性をも含む意思決定問題をネットワークで表現した ANP (外部従属モデル)[13] への拡張
- 実際に存在し得る、評価者の比較ミスではない循環関係 (グーチョキパー)[6] をも考慮した評価方法の構築

参考文献

- [1] T.L. Saaty: *The Analytic Hierarchy Process* (McGraw-Hill, 1980).
- [2] R.L. Keeney and H. Raiffa: *Decisions with Multiple Objectives, Preference and Value Tradeoffs* (Wiley, New York, 1976).
- [3] V. Belton and T. Gear: On a shortcoming of Saaty's method of analytic hierarchies. *OMEGA The International Journal of Management Sciences*, **11** (3) (1983) 228–230.
- [4] J. Barzilai, W.D. Cook and B. Golany: Consistent weights for judgements matrices of relative importance of alternatives. *Operations Research Letters*, **6** (3) (1987) 131–134.
- [5] J.S. Dyer: Remarks on the analytic hierarchy process. *Management Science*, **36** (3) (1990) 249–258.
- [6] 中西昌武, 木下栄蔵: 階層分析法 AHP における意思決定ストレスのモデル化に関する研究. 土木計画学研究論文集, No. 13 (1996) 153–160.
- [7] T.L. Saaty: *Axiomatic foundation of the analytic hierarchy process*. *Management Science*, **32** (1986) 841–855.

- [8] R.D. Luce and H. Raiffa: *Games and Decisions* (Wiley, New York, 1957)
- [9] A. Tversky, P. Slovic and D. Kahneman: The causes of preference reversal. *The American Economic Review*, **80** (1) (1990) 204–217.
- [10] A.A. Salo and R.P. Hamalainen: Preference assessment by imprecise ratio statements. *Operations Research*, **40** (6) (1992) 1053–1061.
- [11] 榎木哲夫: 意思決定論に基づく異種情報源の融合と協調. 計測と制御. 第32巻, 第3号 (1993) 229–236.
- [12] 刀根 薫: ゲーム感覚意思決定法 (日科技連, 1986).
- [13] T.L. Saaty: *The Analytic Network Process* (RWS Publications, 1996).

田村坦之

〒 560-8531 大阪府豊中市待兼山町 1-3

大阪大学 大学院基礎工学研究科

システム人間系専攻 システム科学分野

E-mail: tamura@sys.es.osaka-u.ac.jp

高橋 理

〒 661-8661 兵庫県尼崎市塚口本町 8-1-1

三菱電機 (株) 産業システム研究所

E-mail: takahasi@soc.sdl.melco.co.jp

ABSTRACT

ON A DESCRIPTIVE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS (D-AHP)
FOR MODELING THE LEGITIMACY OF RANK REVERSAL

Hiroyuki Tamura

Satoru Takahashi

Itsuo Hatono

Motohide Umano

Osaka University

In this paper we propose a descriptive extension of a conventional AHP, called D-AHP, such that the rank reversal phenomena is legitimately observed and explanatory. In general, the main causes of rank reversal are violation of transitivity and/or change in decision making structure. In AHP these causes correspond to inconsistency in pairwise comparison and change in hierarchical structure, respectively. Without these causes, AHP should not lead to rank reversal. But if we use inappropriate normalization procedure such that the entries sum to 1, the method will lead to rank reversal even when the rank should be preserved.

Concerned with normalization procedure of importance of alternatives with respect to each criterion, we propose to add a hypothetical alternative such that it gives aspiration level for each criterion, and the scale is determined to normalize the eigenvectors so that the entry for this hypothetical alternative is equal to 1 rather than the entries summing up to 1. The relative importance of each criterion is evaluated as follows: If the average importance of all alternatives in the set is far from 1 under a criterion, the weighting coefficient for this criterion is increased. Furthermore, the criterion which gives larger consistency index can be regarded that the decision maker's preference is fuzzy under this criterion. Thus, the importance for such criterion is assigned to be relatively lower.

Some numerical examples obtained by D-AHP are included which could explain the legitimacy of rank reversal.