

自動倉庫における在庫分布の推定

大谷 浩（上智大学理工学部機械工学科4年） 指導教官 鈴木誠道教授

1. 緒言

自動倉庫は、コンピュータで管理される自動搬送機を用いて、縦横に整然と仕切られた格納スペース（以下スロットという）に品物を搬入出するものである。また、搬入出の方法はもとより、発注時期や発注量などの在庫管理情報もコンピュータが管理し、システム全体を効率化、高速化している。

在庫管理や搬入出の方法はいくつか考えられるが、いずれにしても倉庫内の品物の分布状態は時間とともに変化する。ここでは、定常状態における在庫の確率分布すなわち、スロットごとの FULL の確率を総体的に在庫分布と呼ぶ。

在庫分布は、搬送の所要時間等のシステムの効率に大きく影響するため、倉庫の特性を正確に知るためにも、システムの合理的設計を行なう上でも、これを知ることが必要不可欠である。しかし、在庫分布に関する解析的研究は、これまでほとんどされていない。本研究では単品目を扱うモデルについて、実際の在庫管理、搬入出方式にしたがった在庫分布を推定する。

2. 本研究のモデル

対象とする自動倉庫システムを以下のようにモデル化する。

- (1) スロットを搬入搬出窓口に近い順にスロット1、スロット2、…、スロット M と呼ぶ、また、説明の便宜上スロットは横1次元に並んでいるものとし、窓口はその一番左側にあるものとする。
- (2) 搬出リクエストは搬出率 μ にしたがってポアソン発生し、リクエストがあれば、直ちに1個の在庫が搬出される。また、搬出は倉庫内の在庫に対してランダムに行なわれ、在庫切れの場合は呼損となる。
- (3) 新しい在庫の発注は、在庫量が発注点 Y 以下になっ

- た時点で行なわれ、発注からリードタイム T を経て発注量 Q 個の在庫が左詰めに搬入される。 T は、搬入率 λ の指数分布にしたがう。また、 Y 、 Q は一定とする。
- (4) スロット数 M 、発注点 Y 、発注量 Q は、次の条件にしたがうものとする。

$$Y+Q=M, Y < Q \quad (1)$$

3. 新しい厳密解法

在庫分布の推定方法として考えられる最も単純な方法は、考慮すべきすべての分布状態をマルコフ過程を用いて解く方法である。しかし、この方法では、状態数は 2^M のオーダーで増加し、大型計算機を用いても $M < 20$ 程度の問題しか解析できない。

本解法では、各スロットの FULL の確率を独立に解くことで扱う情報を削減する。これを順次すべてのスロットに適用することで、最終的に、はるかに少ない計算で所望の在庫分布が得られる。

たとえば、スロット1に着目した場合、その解析に必要な情報は、スロット1自身の状態 X_1 (FULL=1, EMPTY=0) と、このスロットの状態が変化するための条件である在庫量 n に集約できる。そこで、この2つの変数だけで状態を規定し、これらの状態をマルコフ連鎖として扱う。これらは図1に示すきわめて単純なマルコフ連鎖をなす。

同様にして、一般に、 $1 \leq m \leq Q$ および $m = M$ の範囲では、状態 (X_m, n) にある確率を $P_m(X_m, n)$ とすればスロット m の FULL の確率 f_m は次式で求められる。

$$f_m = \sum_{n=1}^m P_m(1, n) \quad (2)$$

しかし、もともと各スロットの状態は独立ではない。特に、搬入は左詰めであるから、着目しているスロット

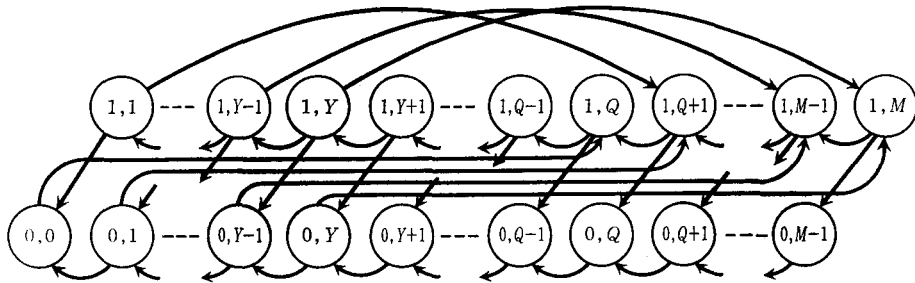


図 1 圧縮されたマルコフ連鎖

に搬入が生じ得るかどうかは、それより左側のスロットの状態によって決定される。このことから、 $Q+1 \leq m \leq M-1$ なるスロット m には、前述の方法が適用できない。これらに対しては、着目しているスロット m より左側にある在庫量を情報として取り入れる。

また、これによって隣り合うスロットの解析結果が関連性をもち、これを利用することでスロット m 自身の状態 X_m を、状態の規定条件から削除することができる。

したがって、状態を次の2つの変数で規定する。

a_m : スロット $1 \sim m$ の範囲の在庫量

b_m : スロット $m+1 \sim M$ の範囲の在庫量

この状態を (a_m, b_m) と表わし、定常状態確率を $P_m(a_m, b_m)$ と表わす。これらの状態は解析可能なマルコフ連鎖をなし、これを解けば、スロット $1 \sim m$ の範囲の平均在庫量 A_m を求めることができる。すなわち、

$$A_m = \sum_{a_m=1}^m \sum_{b_m=0}^{M-m} P(a_m, b_m) a_m \quad (3)$$

また、スロット内の在庫量のとり得る値は0または1に限られるので、スロット m の FULL の確率 f_m は、このスロット内の平均在庫量と等しく、次式で計算できる。

$$f_m = A_m - A_{m-1} \quad (4)$$

この式で、順次差を求めれば、各スロットの FULL の確率が得られ、すでに求めたスロット $1 \sim Q$ および M のものと合わせて所望の在庫分布が得られる。

この解法により、解析可能範囲は $M=200$ 程度まで拡大される。

4. 流体近似による解法

前節の方法で解析できない、さらに大きなサイズの問題については、本近似解法が適用できる。

本解法では、本来、離散量である在庫の数量を連続量

に置き換えることによって、各スロットに出入りする品物の流速を定義する。この流入出速度の定常状態における平衡状態方程式をもとに、在庫分布を近似する。

まず、搬出率は μ であるから、呼損を無視すれば、システム全体からの平均流出速度は μ である。また、搬出はランダムに行なわれるので、スロット m 内の平均在庫量を f_m 、システム内平均在庫量を A_v とすれば、スロット m からの平均流出速度は次のようになる。

$$(f_m/A_v)\mu$$

次に流入速度であるが、まず、1個の品物の搬入による FULL の確率の変化は、式(5)のようになる。すなわち、1個の搬入でスロット m に搬入が生じるのは、それより左側がすべて FULL の場合に限られるから、搬入前を $f_m^{(-)}$ 、搬入後を $f_m^{(+)}$ で表わせば、

$$f_m^{(+)} = f_m^{(-)} + (1 - f_m^{(-)}) \prod_{k=1}^{m-1} f_k \quad (5)$$

したがって、 Q 個搬入後の FULL の確率 $f_m^{(+)}$ は、式(5)で得られた $f_m^{(+)}$ を新たに f_m と置いてこの計算を Q 回繰り返すことで得ることができる。また、搬入率は発注状態において λ であり、搬入1回あたりのスロット m への流入量は $(f_m^{(+)} - f_m^{(-)})$ である。したがって、発注状態にある確率を P_h で表わせば、スロット m への平均流入速度は、

$$(f_m^{(+)} - f_m^{(-)}) P_h \lambda$$

となり、平衡状態方程式は次のようになる。

$$(f_m/A_v)\mu = (f_m^{(+)} - f_m^{(-)}) P_h \lambda \quad (6)$$

最後に発注状態における在庫量 n に対して

$$f_m^{(-)} = (n/A_v) f_m \quad (7)$$

と仮定し、式(6)の右辺を $0 \leq n \leq Y$ についての加重平均で近似すれば

$$f_m = A_v \left(1 / \sum_{n=0}^Y P_n \right) \sum_{n=0}^Y P_n (f_m^{(n+)}) - (n/A_v) f_m P_h (\lambda/\mu) \quad (8)$$

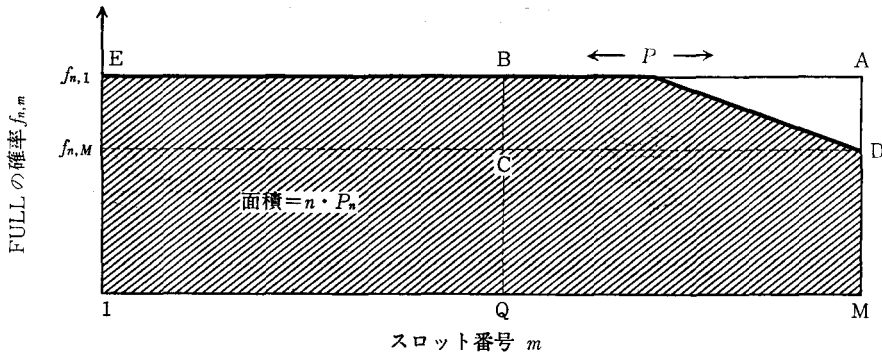


図2 図形近似のパターン

ただし P_n は在庫量が n 個である確率を表わし、 $f_m^{(n+)}$ は式(7)を仮定した場合の $f_m^{(+)}$ を意味する。

最終的な近似解 f_m は、式(8)の繰り返しによる収束計算で求めることができる。

本解法の解析可能範囲は、 $M \leq 600$ 程度である。また、誤差は、在庫分布の1次モーメントにおいて約1%未満である。

5. 面積法による近似解法

第3節に述べた厳密解法によって、スロット1~ Q 、およびスロット M のFULLの確率は、きわめて簡単に求められる。本解法では、これをもとにしてスロット $Q+1 \sim M-1$ のFULLの確率を図形的に近似する。

まず、在庫量が n 個でかつスロット m がFULLである確率を $f_{n,m}$ と表わせば、 $f_{n,m}$ と P_n, f_m の間には次の関係式が成り立つ。

$$\sum_{m=1}^M f_{n,m} = nP_n \quad \sum_{n=1}^M f_{n,m} = f_m \quad (9)$$

そこで、在庫分布のしたがうべきいくつかの性質にもとづいて $f_{n,m}$ を図2のように図形的に近似する。

図2において点Pは折れ線ABC上を動くものとすれば、折れ線EBPDによって近似される $f_{n,m}$ は、E,Dの高さである $f_{n,1}, f_{n,M}$ および斜線の面積 $n \cdot P_n$ によって一意に決定される。求めたい f_m は、式(9)によ

てこれらを縦に積み重ねたものである。

ここで、 $f_{n,m}$ は単純な形で近似されるため、ある程度の誤差を生じるが、点Pの位置は、 n が大きいほど右側に位置する性質があるので、これらを n について重ね合わせることで誤差の大部分は必然的に相殺される。

本解法はきわめて少ない計算量で解が得られるので、実用的には問題のサイズに関する制約は受けない。またその精度は、在庫分布の1次モーメントにおいて、約1%未満である。

6. 結 言

本研究で得た3つの解法により、単品目のモデルについては、あらゆるサイズの問題について、各々に応じた十分な精度で在庫分布を求めることができるようになった。また、第3節の厳密解法については、多品目モデルへの対応性も確認されている。今後、さらに大きなサイズの多品目モデルに対応可能な解法の研究が望まれる。

参 考 文 献

- [1] 野口哲, 鈴木誠道: 自動倉庫システムにおけるクレーン走行時間分布の近似解法 日本機械学会論文集C(編), 54, 499-788/804(1988).
- [2] A.B. Yavuz and A.W. John: Travel-Time Models for Automated Storage/Retrieval Systems, IIE Transactions 16, 4 329/338(1884).

* * * * *