

# 論文誌掲載論文概要

J O R S J

Vol. 31, No. 4

## 総数制限付きナップザック問題の 最適解の作る構造

林 芳男 (近畿大学)

総数制限付きナップザック問題とは通常の (等号制約の) ナップザック問題に使用する変数の個数を制限する条件を付け加えたものである。ナップザック問題を研究するのに用いられたアプローチをこの場合にも応用している。

まずこの問題の特殊構造を利用して実行可能性の必要十分条件を求めている。次に連続緩和問題の双対実行可能基底で、その列ベクトルの張る凸錐に相対費用係数が0となる列が含まれないものをすべて求めている。実行可能な問題の右辺のベクトルの張る凸錐がその双対実行可能基底の列ベクトルの張る凸錐で分解されることがすぐわかる。各双対実行可能基底に関連して群緩和問題が対応している。単一制約の整数計画問題の場合と違って、本問題の場合、その群緩和問題をすべて解いてもなお無限に多くの右辺のベクトルに関する問題が未解決のまま残っているのが普通である。この困難を解決するために新しい緩和問題を導入した。群緩和問題は双対実行可能基底の列ベクトルに対応する2つの基底変数の非負性条件を緩めて作ったのに対し、この新しい緩和問題はその一方の基底変数だけの非負性条件を緩めて作ったものである。この緩和問題が元の問題を解決する場合とできない場合を確定している。この緩和問題から導かれる元の問題のもつ性質を利用して、この緩和問題をすべて解くことにより有限個の右辺のベクトルに関する問題が未解決のまま残ることが示されている。すべての右辺のベクトルに関する問題が解決された後、各双対実行可能基底の張る凸錐の中に含まれる右辺のベクトルに対する問題の最適解の間に木構造が定義されている。

## ラグール変換法の理論とアルゴリズム, 第一部: 理論

住田 潮 (ロチェスター大学), 木島正明 (東京工業大学)  
待ち行列理論・信頼性理論等の応用確率論は広く研究

され、理論面での発展はめざましいものがあるが、多くの場合得られた解表現はラプラス変換形等の陰表現で与えられる。これらの陰表現は、その複雑さ故にしばしば数値的にすら逆変換が困難であり、これから得られる有効な情報は平均・分散 (モーメント) に限られてきた。

一般に、確率分布そのものを使った情報、たとえば客の待ち時間がある時間を越える確率等、は陰表現からは得られず、このことが理論的研究の工学的・経営学的価値を低下させてきた原因の1つであろう。Keilson and Nunn (1979), Keilson, Nunn and Sumita (1981) により導入され Sumita (1981) によりさらに深く研究されたラグール変換法は、ラプラス変換形で与えられた解表現を数値的に逆変換する方法として非常に有効である。また、理論的研究とともに、この変換法を使って複雑な確率システムを数値的に解析しようという研究も盛んである。さらに最近、この変換法は行列形式と多次元形式に拡張され、セミ・マルコフ過程や多次元確率過程の数値的解析に役立っている。本論文とこれに続く論文の目的は、現時点までに得られているラグール変換法の理論と応用を整合性をもたせてまとめることにある。この論文ではこれまでの理論的結果をまとめ、次の論文では実際にラグール変換法を使用する際に必要と思われるアルゴリズムをわかりやすく記述する。

## ポリ・リンキングシステムの分解と一般 化ポリマトロイドのマイナーについて

中村 政隆 (東京大学)

著者が提示した劣モジュラー関数の分解の一般的手法が Schrijver の定義したポリリンキングシステムに適用できることを示し、ポリマトロイド共通ベクトル問題に対する場合と相似の結果が導出できることを示す。この過程でポリリンキングシステムに我々の分解原理を適用して得られる部分システムはもはやポリリンキングシステムではないことが明らかになる。これはポリリンキングシステムを Frank の定義した generalized polymatroid の特別な場合とみなし、ここで新たに generalized polymatroid のマイナーの概念を導入することに

よって、もとのポリリンキングシステムを **generalized polymatroid** とみなせば分解で得られた部分システムがそのマイナーになり、理論的に整合的に説明される。

二部グラフのいわゆる **Dulmage-Mendelsohn** 分解は本論文で定義した分解のひとつの特別な場合になっている。

## 単一制約付最大集荷問題のアルゴリズム

片岡靖詞, 森戸 晋 (早稲田大学)

グラフ上で巡回路を考える問題には, **TSP (Traveling Salesman Problem)**, **VRP (Vehicle Routing Problem)** やその変形等数多くの研究がある。しかし, これらの研究においては, 通常与えられたノードあるいは指定されたノードを「すべて」(一度だけ, または一度以上) 巡ることが前提とされている。本研究では, 単一制約 (例えば時間制約) のもとでグラフのノード上に与えられた価値を集めて巡り, その集めた価値の合計を最大化する問題を考える。この問題には **TSP** や **VRP** 等とは別に, 巡るべきノードを選ぶという要素が加わっているが, この種の巡回路問題の変形としては非常に単純かつ基本的であり, 実際的な応用例も数多く考えられる。

第2章では上記のような問題に対し, 扱うグラフにセルフループを導入することにより, 解法を考える上で扱いが簡単になることを示す。第3章は基本解法, 緩和問題の解法を示した後, 緩和問題を解くための分枝限定法の過程で, 解の変遷する様子を観察し, そこからより効率をあげるための分枝変数の選択方法と, 親問題から子問題への情報の伝達を効果的に行なう手法を示した。第4章では計算機実験を行ない, 問題のインスタンスを構成する要因を変化させることにより, 実行時間の影響を調べ, 提示したアルゴリズムの特性を示した。

## 制約付き確率的生産計画問題に対する分枝限定解法

Chang Sup Sung, Young Jin Lee (KAIST)

有限計画期間の確率的生産計画問題を考察する。各期までの累積需要は独立で連続分布をする確率変数とする。各期の生産能力には制約があるが, 納入遅れは許されるものとする。在庫費用および納入遅れによる損失は数量に比例し, また各期の生産にさいしては段取り費用がかかり, これらは各期毎に変動するものとする。有限回の探索で最適生産計画を求める分枝限定算法を提案し

その計算効率を評価している。

## 最大平衡流問題に対するネットワーク単体法

崔 文田 (筑波大学)

本論文では, 最大平衡流問題, つまり各枝の流れがその総流量の一定の比率以下であるという制約の下で総流量が最大になる流れを見出す問題に対して, 1つのネットワーク単体法を提案する。また, 最大流問題に対するネットワーク単体法の強基底概念を一般化して, 本アルゴリズムの有限性を証明する。さらに, この問題で整数値の流れを考えて, 平衡係数関数が一定となる場合に最大平衡整数流問題が多項式時間で解けることを示す。

## ポリマトロイド対の普遍基の特徴付け

室田 一雄 (東京大学)

多端子ネットワーク  $N=(V, A, c; S^+, S^-)$  (ただし,  $V$ : 頂点集合,  $A$ : 枝集合,  $c$ : 枝容量,  $S^+(⊂V)$ : 供給(入口)頂点集合,  $S^-(⊂V)$ : 需要(出口)頂点集合) の流れに対して, 供給点から流入する流れを  $(s^+(v)|v∈S^+)$ , 需要点から流出する流れを  $(s^-(v)|v∈S^-)$  と書くとき, 供給量ベクトル  $s^+$ , 需要量ベクトル  $s^-$  の成分がそれぞれできるだけ平均化されるような最大流を求める問題が **N. Megiddo** によって考察され, さらに藤重によって, 1つのポリマトロイドの辞書式最適基を求める問題に拡張されている。

本論文では, 供給頂点  $S^+$  と需要頂点  $S^-$  の間に何らかの対一対応が定められているときに, 供給量ベクトル  $s^+$  と需要量ベクトル  $s^-$  ができるだけ近くなるような最大流を求める問題を, 同一の台集合をもつ2つのポリマトロイドの基  $x, y$  で「できるだけ近い」対  $(x, y)$  を求める問題として扱う。「できるだけ近い」ことの意味として

- (1) **Kullback-Leibler** 情報量の一般化である  $f$ -発散に関して  $x$  と  $y$  との距離が最小であること, および
- (2)  $x$  と  $y$  の対応する成分の比が辞書式順序で最大であること,

のどちらの基準を考慮しても, 最適解  $(x, y)$  の集合がポリマトロイド対の普遍基の集合と一致することが示される。