

証券投資技法の基礎と概要 (4)

——金利・債券投資分析の基礎——

石井 吉文

1. 利 回 り

今回は債券、金利分析の基礎となるものを紹介していくこととしたい。まずはその基本として、一般に活用されている利回りの話から始めていくこととする。なお、利回りひとつのことについても、それは単に1つではない。大きくは、一般に知られているように、単利と複利に分けられる。

(1) 単 利

単利については銀行預金の利回りが一般的であろう。たとえば定期預金の利回りが5%とすると、100円のもので毎年5円ずつの利息を生むことになる。

一方、証券、とくに債券についてみると、どうであろうか。債券の場合、預金の利息に相当するのがクーポンである。しかし、債券の利回りを考えるなら、それはクーポンだけでは決まらない。というのも債券の場合、銀行預金と異なり、元本が時間とともにその時の需給関係によって、価格変動するからである。かりに、買い入れたときの債券価格が100円で、2年後に96円に下落したとする。その場合、投資家は元本の目減りにより2年間で4円の損を被ったことになる。

一方、この債券のクーポンが5%とすると、投資を始めて2年たった時点で10円の利息が得られることになる。よってこの2年たった時点での収益の合計は(クーポン収入) + (元本の価格変動に伴う収益)の6円となる。結局、このケースにおける債券の利回り(単利)は年率3%ということになる。

以上のように、一般に債券の利回りを考える場合、その決定要因となるのは①クーポン、②債券価格、③投資期間である。この3つの要素が与えられて債券の利回りは求められることになる。

そこで、債券の利回りとして一般に用いられているものについて、以下簡単に紹介しておくこととしたい。

・応募者利回り

債券を発行時に発行価格で買い付けた投資家が償還(満期)まで持ち続けた場合の利回りを応募者利回りという(一般に発行時に、償還日および、発行価格と償還価格が決められる)。

・最終利回り

既発債券を買って償還まで保有する場合の利回りを最終利回りと言う(償還価格は発行時にすでに決まっている)。なお、一般に流通している債券の利回りと言った場合は、おおむね、この最終利回りを指す。

・所有期間利回り

新発債や既発債を買って、その債券を償還(満期)以前に売却した場合、この債券の所有していた期間に得られた利回りを所有期間利回りという。なお、一般にファンドマネージャーの投資効率を評価するのにこの所有期間利回りが用いられる。

なお、以上の利回りを一般式で表わすならば、以下の通りである。

$$r = \{C + (B - A) / n\} / A \times 100$$

r : (応募者、最終、所有期間) 利回り (%)

C : クーポン (%)

B : 売却(償還) 価格

A : 買入れ(発行) 価格

n : 所有期間(年)

また、応募者利回り、最終利回り、所有期間利回りそれぞれの関係を図示するならば図1のように表わされよう(図1)。

・直接利回り(直利)

なお、買入れの価格に対して、何パーセントの利息(クーポン収入)が得られるのかを表わしたものが直接利回り(直利)である。元来、日本の機関投資家にとって重

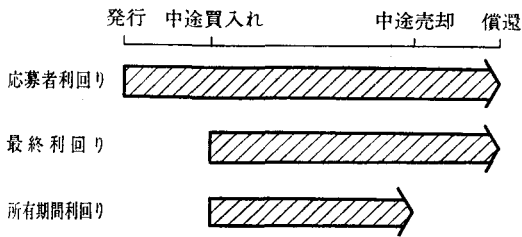


図1 応募者利回り，最終利回り，所有期間利回りの関係

視されてきたのがインカムゲインであった。買入れの価格に対してどの程度のインカムゲインが得られるのかが大きな関心事であっただけに、直利は投資効率をみるうえで、重要な評価基準とされてきた(63年8月号参照)。

なお、直接利回りを一般式で表わすならば、以下のとおり。

$$r_s = C / A \times 100$$

r_s : 直接利回り (%)

C : クーポン (%)

A : 買入れ価格

(2) 複利利回り

以上、単利について紹介してきたわけであるが、問題となるのはそれらが、すべての収益を考慮されるものではない、ということである。というのは、利付き債券の場合、利払い毎にクーポンが得られるわけであるが、一般にそれはさらに再投資される。単利式の問題は、その再投資収益が反映されないことにある。再投資収益も含めた、いわゆる実質的な収益率というものを考えるのであれば、むしろ、複利式の利回りが適切であろう。

そこで次に、一般に再投資収益も考慮に入れた投資収益率の評価を行なうものとして、IRR (Internal Rate of Return)を紹介しておくことにしたい。

• IRR (Internal Rate of Return)

いま、ある債券Aがあって、その債券は

クーポン: 8%

利払い: 年1回

買入れ(現在)価格: 97円

償還価格: 100円

残存期間: 5年

であったとしよう。この場合、

◇ケース1) 現在の市中金利が10%で5年間変化しないと仮定すると、

[債券Aを買い入れることによる5年後の価値(将来価値)は]

148.84円となり、

[市中金利で97円を複利運用することによる5年後の価値は]

156.22円となる。

◇ケース2) 現在の市中金利が8.77%で5年間変化しないと仮定すると、

[債券Aを買い入れることによる5年後の価値(将来価値)は]

147.66円となり、

[市中金利で97円を複利運用することによる5年後の価値も]

147.66円となる。

◇ケース3) 現在の市中金利が8%で5年間変化しないと仮定すると、

[A債券を買い入れることによる5年後の価値(将来価値)は]

146.93円となり、

[市中金利で97円を複利運用することによる5年後の価値は]

142.52円となる。

以上より、市中金利が10%の場合、債券Aを買入れるよりも、その時の市中金利で投資資金を複利運用したほうが有利となる。一方、市中金利が8%の場合、反対に債券Aに投資するほうが、他の金融資産で複利運用するよりも、その有効性(投資効率)は高い。

ところで、市中金利が8.77%の場合、債券Aに投資しても他の金融資産で複利運用しても5年後における実質価値は等しくなる。

このように、おのおのの将来価値が均衡するような仮想市中金利をIRR(Internal Rate of Return)といい、債券評価の方法として広く使われている。

なお、IRRは次式を満たす利率 r で表わされる。

$$\sum C_t / (1+r)^t = A$$

C_t : t 年後のキャッシュフロー

$r = IRR$

A : 投資元本

2. デュレーション

(1) 市中金利変動による債券の実質価値変化

債券市場はその特徴として、銘柄間で裁定を行ないつつ利回りが変動する。よって、市中金利の変動は各銘柄の金利変化を促し、債券各銘柄の金利変化は、その流通市場が効率的であればあるほど市中金利変化に連動する

ものであると言えよう。

本節では、債券の流通市場が効率的であり、市中金利と各債券の利回りがよく連動することを前提に、以下、市中金利変動による一般債券の実質価値変化について述べていくこととしたい。

債券の価格変化は利回りの変化と「表裏の関係」にある。そのことは先にあげた最終利回り等の式で明らかであろう。つまり、金利の上昇は債券価格の下落を意味し、金利の低下は債券価格の上昇を意味する。

一方、債券の将来価値は、価格、クーポン収入、クーポンの再投資収益の合計で表わされる。よって、金利変動に伴う債券の将来価値の変動は、それら3要素の各々における金利変動前と金利変動後の差の合計で表わされる。そこで、債券の実質価値を V_B とすると、

$$V_B = V_P + V_C + V_{CR}$$

V_B : 債券の実質価値

V_P : 債券価格

V_C : クーポン収入の合計

V_{CR} : クーポンの再投資収益

と表わされる。よって金利の微小変化に対する債券の実質価値変化は、

$$\partial V_B / \partial r = \partial V_P / \partial r + \partial V_C / \partial r + \partial V_{CR} / \partial r$$

r : 金利

で表わされる。ところで、式中、 V_P 、 V_{CR} は金利と時間の関数であるが V_C は金利変動にかかわらず常に一定(時間のみに依存する)である(いつどれだけのクーポン収入がえられるかは、債券の発行条件の中で決定されている)。つまり、

$$\partial V_B / \partial r = \partial V_P / \partial r + \partial V_{CR} / \partial r$$

である。ところで、最終利回りの式から、

$$V_P = \{100 + C \cdot (n - t_0)\} / \{100 + r \cdot (n - t_0)\} \times 100$$

t_0 : 将来の一時点

n : 償還時点

$$\partial V_P / \partial r = -(n - t_0) \cdot \{100 + C \cdot (n - t_0)\} / \{100 + r \cdot (n - t_0)\}^2 \times 100$$

であり、金利変化に対する価格変化は常に

$$\partial V_P / \partial r < 0$$

となる。また、再投資収益を一般式で表わすならば、

$$V_{CR} = C \cdot \sum_{t_0}^n \{(1+r)^t - 1\}$$

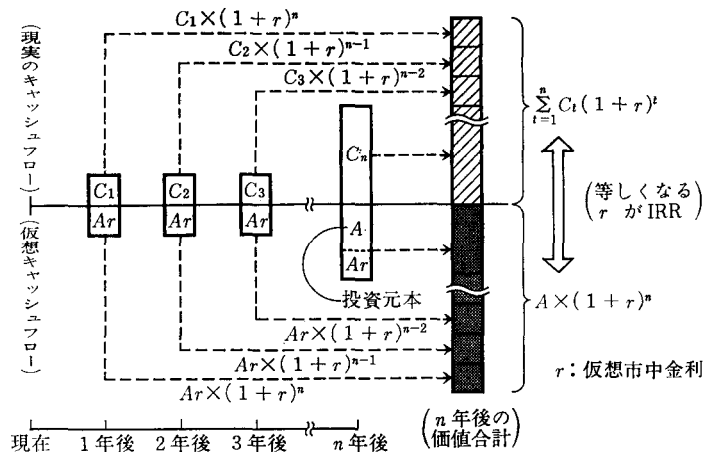


図 2 IRR の概念図

であり、金利 r で微分すると、

$$\partial V_{CR} / \partial r = C \sum_{t=1}^n (1+r)^{t-1}$$

となるから、金利変化に対する再投資収益変化は常に、

$$\partial V_{CR} / \partial r > 0$$

である。つまり、金利の上昇に対して価格変動はマイナスに、再投資収益はプラスに変動する。また、金利低下の場合はその逆である。

債券の実質価値変化はそれらの合計で求められるわけであるから、金利の変化によって、その値がプラスであるのかマイナスであるのかを判断するためには、価格変動、および再投資収益変動、各々の大きさの違いを知る必要がある。なお、これらは時間の関数でもあるから、投資期間の違いによる価値変化の様子を知る必要がある。

そこで次に(金利変動があったとして)、投資期間の長短による債券の価格変動と、再投資収益の変化の大小関係について簡単に見てみることにしよう。

先に求めた $\partial V_P / \partial r$ 、および、 $\partial V_{CR} / \partial r$ の式から、

まず、金利変化にもとづく債券価格変化の大きさは

$$|\partial V_P / \partial r| = | -n \cdot (100 + C \cdot n) / (100 + r \cdot n)^2 \times 100 |$$

$$(t_0 \rightarrow 0)$$

$$= 0 \quad (t_0 \rightarrow n)$$

であり、再投資収益変化の大きさは

$$|V_{CR} / \partial r| = 0 \quad (t_0 \rightarrow 0)$$

$$= | C \cdot \sum_{t=1}^n (1+r)^{t-1} |$$

$$(t_0 \rightarrow n)$$

また、 $\partial |\partial V_P / \partial r| / \partial t < 0$

$$\partial |V_{CR} / \partial r| / \partial t > 0$$

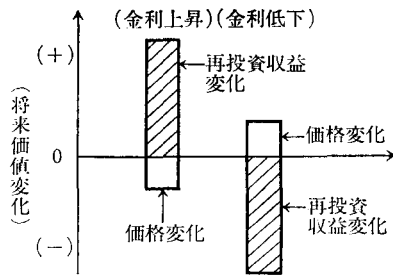


図 3-① 遠い将来における実質価値 (将来価値)変化

以上より、金利の変化に対して、債券の実質価値変化は、遠い将来（償還（満期）に近い）ほど再投資収益変化の影響が大きくなり、また、近い将来（投資開始時点に近い）ほど価格変化による影響が大きくなること解る。それを図示するならば、図 3-①、②の通りである。

(2) デュレーションとは

以上より、市中金利の変化に対し、将来価値変化を考える場合、価格変動、クーポンの再投資収益変動は各々が逆の効果をもたらすし、また、各々が売却のタイミングによってその影響度を異とすることが理解されよう。よって、市中金利の変動にかかわらず、価格変動、クーポンの再投資収益変動、それぞれの債券の将来価値変化に与える要因が互いに相殺しあう投資（売却の）タイミングが存在する。

ところで、そのタイミングは債券の各銘柄によって決まっており、この時点で売却を行なう場合、債券の将来価値は金利の上下にかかわらず一定となる。このように、金利変動に対し、将来価値変化の均衡を示す時点（投資の期間）がデュレーション（Duration）と呼ばれるものである。

なお、デュレーションの一般式 (Macaulay's duration) は、以下の通りである。

$$D = \{ \sum t \cdot PV(Cf, r, t) \} / PV(Cf, r, t)$$

$$PV(Cf, r, t) = Cf / (1+r)^t$$

D : デュレーション

t : 時間

Cf : キャッシュフロー（クーポン収入、売却金といった、投資期間中に流動するキャッシュ）

r : 市中金利

それではここで、実際に数値をあてはめて、金利の変動に対し、デュレーション時点における債券の実質価値が変わらないことを示しておきたい。

<債券の仮定条件>

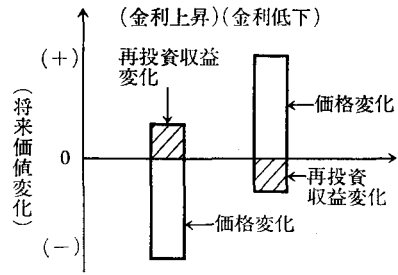


図 3-② 近い将来における実質価値 (将来価値)変化

- ・クーポン：6%
- ・買入れ時（現在）金利：6%
- ・残存年数：5年
- ・現在価格（買入れ単価）：100円
- ・償還価格：100円
- ・利払い：年1回

→この債券のデュレーションは
4.465年

以上、この債券のデュレーションが解ったところで、市中金利変動に伴う債券の将来価値変化を投資期間1～5年おのおのについて見てみることにしよう。

i) 金利変化がない場合、（再投資金利6%）

	価格	クーポン	再投資収益			将来価値	
現在	100.0					100.0	
1年後	100.0	6.0				106.0	
2年後	100.0	12.0	0.4			112.4	
3年後	100.0	18.0	1.1	0.0		119.1	
4年後	100.0	24.0	2.2	0.1	0.0	126.2	
4.465年後	100.0	26.8	2.8	0.1	0.0	0.0	129.8
5年後	100.0	30.0	3.6	0.2	0.0	0.0	133.8

上表より、デュレーション（4.465年後）におけるこの債券の将来価値は129.8円となる。

ii) 金利が1%上昇の場合、（再投資金利7%）

	価格	クーポン	再投資収益			将来価値	
現在	100.0					100.0	
1年後	96.6	6.0				102.6	
2年後	97.2	12.0	0.4			109.6	
3年後	97.8	18.0	1.3	0.0		117.1	
4年後	98.6	24.0	2.5	0.1	0.0	125.3	
4.465年後	99.5	26.8	3.3	0.2	0.0	0.0	129.8
5年後	100.0	30.0	4.2	0.3	0.0	0.0	134.5

上表より、金利が1%上昇の場合、デュレーション(4.465年後)における、債券の将来価値は129.8円と金利上昇にかかわらず、変化のないことが示された。

iii) 金利が1%低下の場合、(再投資金利5%)

	価格	クーポン	再投資収益				将来価値
現在	100.0						100.0
1年後	103.7	6.0					109.7
2年後	103.0	12.0	0.3				115.3
3年後	102.2	18.0	0.9	0.0			121.2
4年後	101.4	24.0	1.8	0.1	0.0		127.3
4.465年後	100.5	26.8	2.4	0.1	0.0	0.0	129.8
5年後	100.0	30.0	3.0	0.2	0.0	0.0	133.2

金利が1%低下の場合においてもデュレーション(4.465年後)におけるこの債券の将来価値は129.8円と変化がない。

以上、債券の投資期間をこの債券のデュレーションに合わせた場合、金利変動による債券の将来価値変化は価格変動と再投資収益変化それぞれの相殺により、一定に保たれることが理解できよう。

(3) デュレーションを活用した債券投資法

将来の金利変化に対し、それによって被るリスクを回避しようとするのであれば、以上で述べてきたように、債券の投資期間をそのデュレーションにあわせればよい。その場合、将来の金利上昇においても、また、低下においても、将来の実質価値は一定に保つことができる(この方法をイミュニゼーションという)。

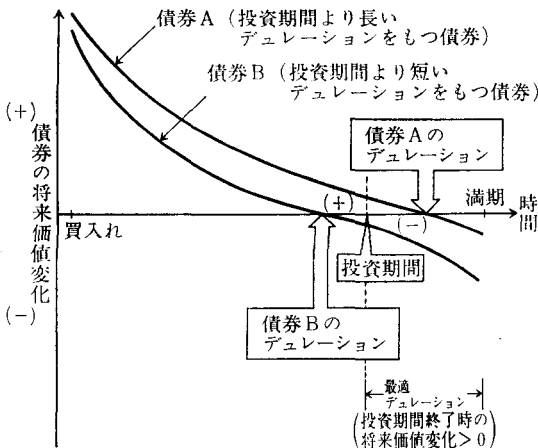


図 4-① 債券デュレーションと将来価値変化(金利低下の場合)

ところで、将来の金利予測を行ない得た場合はどうであろうか。先の3つのケース(金利の変動が0, +1, -1)のそれぞれの表を比較してわかるように、金利の低下に対してデュレーションより投資期間が短いほど、多くの収益が得られ、また、金利の上昇に対してデュレーションより投資期間が長いほど、より多くの収益が得られる。

つまり、与えられた投資期間に対し、今後金利の低下が見込めるのであれば、デュレーションの長い債券を投資対象として選択することにより、また、今後金利の上昇が見込めるのであればデュレーションの短い債券を選択することにより、多くの収益を得ることができる。またこのことは、債券ポートフォリオを考える場合においても同様である。

将来の金利変化に伴う、債券のデュレーションと将来価値変化の様子は、図4-①、②の通りに示されよう。

ただし、このような債券投資法はあくまでも、期待通りに金利が変化した場合に期待通りの収益を獲得することができる、というもので、予想に反して金利が逆に変化した場合、逆に変化した分だけ、多くの損失を被ることになる。

3. 金利変動に伴うポートフォリオ収益管理(ALM=Asset Liability Management)

前節では、金利変動に伴う(資産として)債券の実質価値変化がどうかといった観点から、話を進めてきた。

ところで、一般の金融取引をみると、たとえば銀行の場合(伝統的には)、預金により集めたカネを企業に貸し

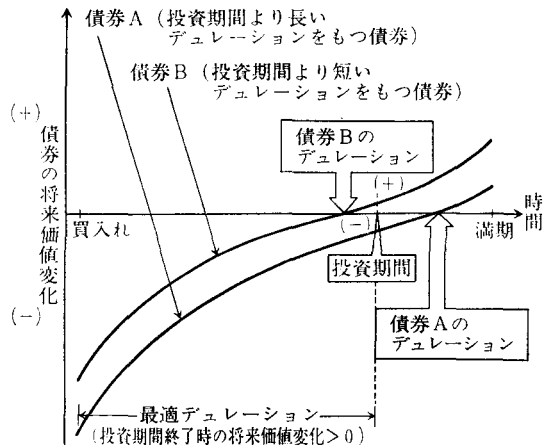


図 4-② 債券デュレーションと将来価値変化(金利上昇の場合)

付けることで、その利鞘（貸付利息と預金利息の差）を収益としてきた。ところで、ひとくちに金利といっても、投資対象の実質収益を考えるなら、投資期間、および投資期間中のキャッシュフローによって、異なるものになることはすでに述べた。このことは、預金、貸付の双方において同様である。

ゆえに、金利の変動にもとづく銀行の実質収益変化を考えるならば、それは、預金と貸付それぞれの期間、およびキャッシュフローによって決定されるものとなる。

以上の観点から、金融機関の経営管理において、資産と負債の金利変化にもとづく収益管理、分析が重要な課題となるわけである。そこで以下、金利変化にもとづく資産、負債管理（ALM）の基礎について簡単に説明していくこととしたい。

なお、ALMの手法として、一般には、ギャップ法とデュレーション法があげられる。

(1) ギャップ法

ギャップ法はALMの世界では、その容易さから、もっとも一般的に活用されているものである。ところでギャップ法とは、簡単に言うなら、資産、負債を固定金利と変動金利に分類し、それぞれの比率（変動比率）の差によって金利変化に伴う収益の変化を分析、管理しようとするものである。

たとえば、現在、資産のうち、変動金利の比率が20%であり、負債のそれが80%であったとしよう。ここでかりに、金利が1%上昇するものとする。この場合、資産から受ける収益の変化は $+1\%$ （金利変化） $\times 20\%$ （変動金利資産の比率） $= +0.2\%$ である。一方、負債は同様に $+1\% \times 80\% = +0.8\%$ の利息負担の増加となる。よって、市中金利の1%の上昇によって、 0.6% （ $0.2 - 0.8$ ）の収益減少となる。

以上の考え方から、今後、金利の上昇が見込まれるならば、資産側の変動金利の比率を高め、また、金利低下と見るのであれば、負債側の変動金利の比率を高めることによりより高い収益の確保が見込まれる。

(2) デュレーション法

ところで、この方法の問題点は、実質収益の観点からの分析が不可能であるという点にある。ギャップ法は単に、変動金利か固定金利かの違いによる分析であった。そこでALMの新たな流れとして登場したのが、デュレーションを活用した方法である。つまり、資産のデュレーションと負債のそれとの差（デュレーションギャップ）により、資産、負債双方による実質的収益管理を行な

うとするものである。

ただ、デュレーション法の場合、経営者の理解、システム上の問題（システム構築にコストがかかる等）により、まだ多くの活用は見られていないのが現状である。

参 考 文 献

(債券投資全般)

- W. F. Sharpe, *Investments* (3rd ed.), Prentice-Hall, 1985.
- Bookstaber, R., *The Complete Investment Book* (Scott, Foresman, and Company, Glenview, Ill., 1985).
- Hopewell, M. H., and G. G. Kaufman, "Bond Price Volatility and Term to Maturity: A Generalized Respecification," *American Economic Review*, September 1973, pp.749-753.
- Fisher, Lawrence, and Roman L. Wiel, "Coping With the Risk of Market-Rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies," *Journal of Business*, October 1977, pp.408-431.

(デュレーション法)

- Bierwag, G.O., George G. Kaufman, and Alden Toevs, "Duration: Its Development and Use in Bond Portfolio Management," *Financial Analysts Journal*, July-August 1983, pp.15-35.
- Cox, Ingersoll, Ross. R "Duration and Measurement of Basis Risk," *Journal of Business*, 1979, pp.51-61

(ALM)

- 藤本邦明 "ALM実務—デュレーション法の展開—", (金融財政事情研究会), 1987
- (デュレーション法, ALM)
- Plart, R. "Controlling Interest Rate Risk," John Willey & Sons, 1986