連載講座

証券投資技法の基礎と概要 (2)

――ポートフォリオの分析と株式投資分析の基礎――

石井　吉文

1. ポートフォリオのリスクとリターン

証券は一般に時々価格変動する．たとえば株式の日々の価格変動を思い起こされると明らかであろう．ところで投資家はこのように変動を繰り返す証券のなかでより投資目的にあったものをまず選択しなければならない．そこで必要とされる重要な基準として次の2つの要素が挙げられる．1つは期待収益率（過去の平均変動率），いわゆるリターンであり，また1つは変動のぶれ具合，つまり時系列でみた価格変動の平均変動率からのぶれ具合(標準偏差，分散)，いわゆる投資リスクの値である．

たとえば平均変動率が10%（年率）の株式がいま2つあったとしよう．ただし一方はほぼいつでも10%の価格上昇が見込まれ，また他の一方はあるときは20%の上昇もすれば−10%の低下も十分有り得るものとする．ここである投資家がいて，できるだけ手堅く10%の収益を得たいと考えていたとしよう．この場合この投資家の選択すべき投資対象は当然のことながら前者となるのである．このように投資を行なう場合，リスクとリターンが投資選択を行なううえで重要な基準要素となる．

なお，一般に大手の投資家が証券投資を行なう場合，単に1つの銘柄だけではなく多くの証券銘柄を組み入れたポートフォリオにより収益管理を行なう．つまり，投資家のもつポートフォリオの期待収益率とリスクによって投資管理(資産配分調整)を行なおうとするのである．

そこで以下，ポートフォリオのリスクとリターンについて簡単に示しておくこととする．

・リターン（期待収益率）

$$E_p=\sum_i X_i E_i \quad (E_i=1/m\sum_j a_{ij})$$

E_i：証券 i の期待収益率

X_i：証券 i の構成比

a_{ij}：証券 i の j 時点における価格変化

・リスク（分散）

$$\begin{aligned}V_p&=\sum_j \left(\sum_i a_{ij}-\sum_i X_i E_i\right)^2/m\\&=1/m\cdot\sum_j \{(X_1a_{1j}-X_1E_1)\\&\quad+(X_2a_{2j}-X_2E_2)+\cdots\\&\quad+(X_na_{nj}-X_nE_n)\}^2\\&=1/m\cdot\sum_j \{X_1{}^2(a_{1j}-E_1)^2\\&\quad+X_2{}^2(a_{2j}-E_2)^2+\cdots\\&\quad+X_n{}^2(a_{nj}-E_n)^2\\&\quad+2X_1X_2(a_{1j}-E_1)\cdot(a_{2j}-E_2)+\cdots\}\\&=\sum_i X_i{}^2V_i+2\sum_k\sum_{l<k}X_kX_l\,\mathrm{COV}(k,l)\end{aligned}$$

V_i：銘柄 i の分散

$\mathrm{COV}(k,l)$：銘柄 k,l の共分散

以上をまとめるとポートフォリオの期待収益率はポートフォリオを構成する各証券の期待収益率の加重平均であり，またリスク（ここでは分散）は各証券の分散と各々の共分散によって求められる．

(1) ポートフォリオを構成する証券間の相関とポートフォリオリスク

そこで次にポートフォリオを構成する証券間の相関とポートフォリオリスクについて述べておくことにしたい．

なお，ここで議論を容易にするためにポートフォリオを構成する証券を2つ（証券A，B）に限定して考えることとしよう．まず，ポートフォリオの分散は以下のとおりである．

$$V_p=X_A{}^2V_A+2X_AX_B\mathrm{COV}(A,B)+X_B{}^2V_B$$

X_A：証券Aの構成比

X_B：証券Bの構成比

V_A：証券Aの分散

V_B：証券Bの分散

COV(A，B)：証券A，Bの共分散

ここでポートフォリオの分散（リスク）は証券A，B

いしい　よしふみ　㈱ニッセイ基礎研究所
〒100 千代田区有楽町1−1−1

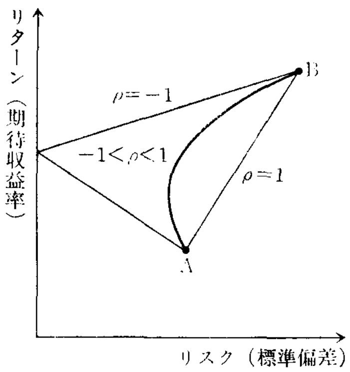

図1―1 ポートフォリオ(リスク資産どうしの組合せのリターンとリスク)

の共分散(あるいは相関係数)に大きく依存していることがわかる.

たとえば証券A,B間の相関係数が1であるならば $COV(A, B)=S_A S_B$,であるからポートフォリオの分散 V_p は

$V_p=(X_A S_A+X_B S_B)^2$

であり,標準偏差でリスクを表わすならば,ポートフォリオのリスクは各証券のリスクの加重平均となる.また,同様に相関係数が0であるならば

$V_p=X_A^2 V_A+X_B^2 V_B$

であり,相関係数が−1であるならば

$V_p=(X_A S_A-X_B S_B)^2$

となる.ここで,$X_A=(S_B/S_A)\times X_B$ の関係が成り立つ場合,ポートフォリオのリスクは0となる.

以上の議論より各相関係数に対するポートフォリオのリスクとリターンの関係を図示するならば,**図1―1**のようになろう.

(2) ポートフォリオの構成証券の数とポートフォリオリスク

また,ポートフォリオはそれを構成する証券の数(種類)が多くなればなるほど一般にリスクの値が小さくなることが知られている.たとえばここでN個の証券によりポートフォリオを作成したとしよう.(なお,ここでは議論を容易にするため各証券間の相関係数は0とする.)この場合のポートフォリオリスク S_p は以下のように表わされる.

$S_p^2=\sum_i (1/n)^2 S_i^2$

ここでたとえば

$S_i=10\%$ ($i=1, 2, 3, \cdots$) とすると

$S_p^2=1/n^2\times n\times(10)^2$

であり,

$S_p=10/\sqrt{n}$

と表わされる.構成証券の数増加によるポートフォリオのリスク軽減の様子は容易に理解されよう.

なおここでは各証券間の相関係数を0とおいたわけであるが,このことは実は大きな意義を持つ.というのは次式で表わされる証券の価格変動の特性を考えることによってうなずけるであろう.実際の証券の価格変動をCAPM(後述)で表わせば次のとおりである.

$a_i-R_f=\beta_i[a_m-R_f]+\alpha_i+\varepsilon_i$

a_i:証券 i の価格変動

R_f:無リスクレート

β_i:証券 i のベータ値

a_m:証券市場の価格変動

α_i:証券 i のアルファー値

ε_i:証券 i 固有の変動誤差項

つまり各証券の価格変動は市場の変動に連動する項(ベータ値で表わされる項)の他,各証券個別の誤差項によって表わされる.この誤差項は各証券独自のものであり他の証券との相関は0である.つまりポートフォリオを構成する証券の数の増加によって各証券個別の誤差項に相当するリスクは(各誤差項の大きさが同一であるなら)証券の数の1/2乗に比例して減少するのである(個別リスクの分散効果).

(3) リスク資産と無リスク資産

一般投資家のポートフォリオを考えるならば,そこには以上考えてきたリスク資産の他,無リスク資産(コールローン等)が組み込まれる.そこでその場合のリスク,リターンを考えなければならないわけであるが,これは容易である.というのもそれぞれは加重平均で表わされるからである.たとえば,リスク資産Aと無リスク資産Bによるポートフォリオのリスクを考えるならば,

$S_p^2=X_A^2\times 0+2X_A X_B\times 0+X_B^2 S_B^2=X_B^2 S_B^2$

$S_p=X_B S_B$

S_p:ポートフォリオリスク(標準偏差)

X_A:無リスク資産構成比

X_B:リスク資産構成比

S_B:リスク資産のリスク ($S_A=0$)

なお,**図1―2**はリスク,無リスク資産によるポートフォリオのリスクとリターンを表わしたものである.ここで興味深いのは,その組合せによってはリスク資産単体に比べよりハイリターンのポートフォリオを作ることができるということである.たとえば無リスクレートで

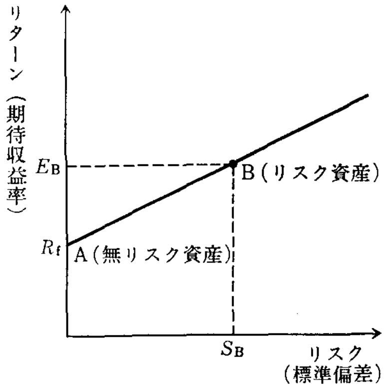

図1―2 リスク資産，無リスク資産の組合せによるリターンリスク

50%の借り入れを行ない，それをたし合わせた計150%の資金をリスク資産で運用する場合を考えよう．そのポートフォリオのリスク，リターンは以下のとおりである．

$E_p=1.5E_B-0.5E_A$

$S_p=1.5S_B$

E_p：ポートフォリオの期待収益率

E_B：リスク資産の期待収益率

E_A：無リスクレート

S_p：ポートフォリオリスク

S_B：リスク資産のリスク値

ここで $E_B>E_A$ であるならば $E_p>E_B$ は明らかである．

2. ポートフォリオの最適資産配分

(1) リスク資産による最適資産配分

以上述べてきたようにポートフォリオのリターンは各構成資産の期待収益率の加重平均で，またリスクは各構成資産の標準偏差と共分散あるいは相関係数によって求められた．たとえば２つの資産A，Bを組み合せたポートフォリオのリターン，リスクを表わすならば図2―1―①のようになろう．同様に資産B，Cの組合せを考えるならば図2―1―②のようなポートフォリオのリターン，リスクが表わされる．そこでさらにA，B，Cの３つの資産によるポートフォリオのリターン，リスクを考えるならば図2―1―③のグラフが表わされよう．ところで投資家にとっては同リスクであるならより高い期待収益率の見込まれるポートフォリオ（資産配分）が望ましい．よって投資家にとって図2―1―③上，最も望ましいポートフォリオのリターン，リスクの関係を表わす領域は図の太い線で表わされたものとなる．そしてこの領域はポートフォリオを最も効率的にすることから一般の投資分析家の間では効率的フロンティア(Efficient Frontier)として重視されている．

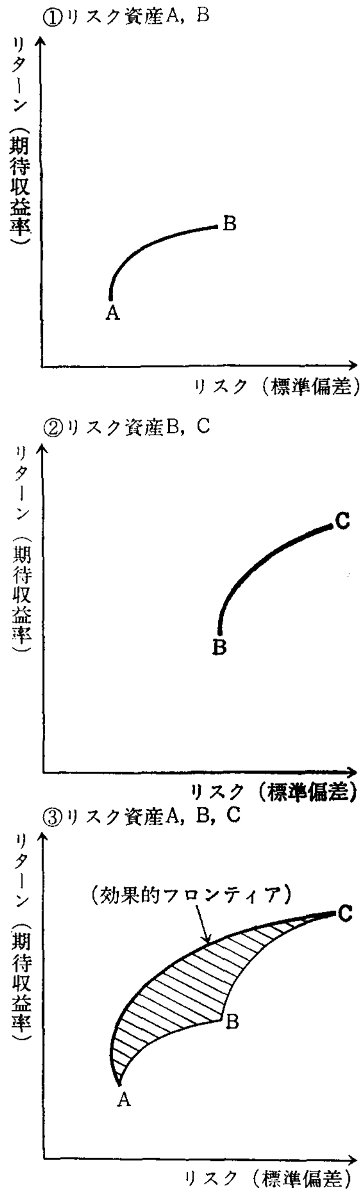

図2―1 リスク資産の組合せによるポートフォリオのリスクとリターン

(2) リスク資産，無リスク資産による最適資産配分

なお，以上はリスク資産（価格変動性資産）について考えたものであった．しかし実際の投資家のポートフォリオにはそのほかり無リスク資産（コールローン等）が

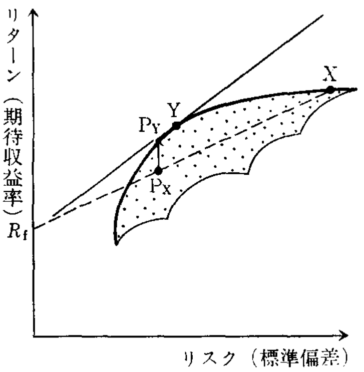

図2—2 リスク資産無リスク資産に最適ポートフォリオ

含まれる．よってリスク資産と無リスク資産の組合せによるポートフォリオを考えなければならない．図2—2はリスク資産と無リスク資産の組合せによるポートフォリオのリターン，リスクを表わしたものである．

かりにいまリスク資産として図上のXをポートフォリオに組み入れたとしよう．ここでたとえばリスク資産60%と無リスク資産40%のポートフォリオを作ったとする．しかしながらもう1つのポートフォリオ（リスク資産Y90%と無リスク資産10%）を考えると，後者のほうが同リスクに対し期待収益率が高い．よってリスク資産，無リスク資産を組み合せたポートフォリオで最適となるのは，無リスク資産I_Fから効率的フロンティアへ引いた接線で表わされるものとなる．なおこの接点で表わされるポートフォリオがリスク資産の最適組合せを表わすことから特にこのリスク資産の組合せは一般に最適ポートフォリオ（Optimal Portforio）と呼ばれている．

3. CAPM (Capital Asset Pricing Model)

証券価格は投資家のいろいろな分析およびその投資行動によってもたらされるものである．各々の投資家に評価される各証券の将来の投資リスクおよびリターンは異なる．つまりある証券に対する人々の将来の変動予測は異なる．なぜならそれは主に，各々市場参加者の将来における主観的な判断に委ねられているからである．また一般に各々の予測は時々の経済の変動，また環境変化によって変わる．このように多くの市場参加者の将来に対する思惑が異なったり，また時間の経過とともに各個人の予測が変わっていくことは，いわゆるある法則にもとづいた市場の価格変動の予測を困難にしていることにほかならない．

しかしながら，こういった市場参加者の思惑が一致した場合，市場の価格形成になんらかの影響をおよぼすことも忘れてはならない事実であろう．市場参加者が同じような分析をするならば市場はその思惑どおりに変動することが考えられる．そこである証券の価格が特別の理由もなしに大きく変動した場合について考えてみよう．たとえば市場全体の動きに対してある証券が大きな下落を示したとしよう．この場合，多くの投資家にとってこの証券は買うべき対象とみられる．また，そのことによって価格は市場参加者の思惑どおり上昇することが考えられる．つまり証券一般においてその変動は過去の変動性向，および市場全体の価格変動と常に対比させられて見られている．さらに，市場は各々の証券によって構成されているわけであるから，市場全体の変動も過去のリスク，リターンの関係から大きく乖離するものではないことが直感的に理解されよう．

このような考え方をもとに各々の証券および証券市場においてそのリスクとリターンの間にある関係を述べたのがＣＡＰＭである．

またそれは投資あるいはポートフォリオを行なう上でその戦略の基本的な基準を示唆するものである．たとえばポートフォリオを構築する場合，資金運用者にとってはできるだけ収益が高くまたリスクの小さいポートフォリオが好ましい．しかしながら一般にリターンの高い資産はリスクも大きく，リスクが小さければリターンも低い．そこでポートフォリオマネージャーはＣＡＰＭの理論をもとにポートフォリオを構築するさい，リスクの許容度に応じたリターンを測定することができ，また種々資産（銘柄）を投資目的に合わせ，資産を組み替えることによって最適なポートフォリオを作り出すことができるのである．

(1) 資本市場線

ＣＡＰＭの世界では，効率的な投資戦略をたてるためのリスクとリターンの間にある関係を表わすことを行なう．図2—3はその関係をグラフに表わしたものである．なお，ここで点Mは市場ポートフォリオを表わすものである．

（＊ところで市場ポートフォリオとは債券，株式等市場にあるすべての銘柄を組み合せたものである．現実の世界ではそれに近いものとして，たとえば株式の場合，日経平均株価，ＴＯＰＩＸ等が使われる）

またポイントＰは無リスクレートR_fを表わす．線Ｐ

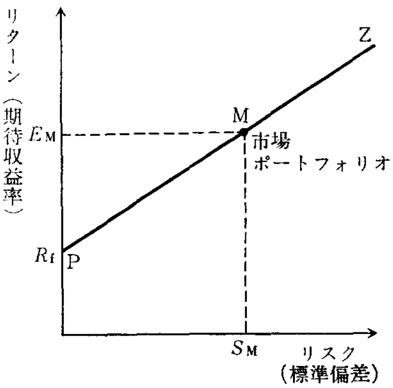

図2—3　資本市場線

MZはポートフォリオに無リスクの貸付，借り入れを組み合せることによって得られるリスク，リターンを表わすものである．そしてこの直線が資本市場線と呼ばれるものである．

なお，当然のことながらその傾きはリスクに対する収益の関係を表わす．図2—3ではリスクがS_M増加するのに対し，期待収益率はE_M-R_fの割合で高まることが示されている．

(2) ベータ値

ところで，ポートフォリオを最適なものにするには期待収益率（無リスクレートを上回る超過利子率）からリスクの値を除いたものをできるだけ大きくすればよい．つまり，

$$U-R_f=(E_p-R_f)-\lambda V_p$$

R_f：無リスク資産利子率

λ：リスク許容の係数

におけるUの値の最大化を考えるとよい．具体的には，ポートフォリオを構成する各証券の最適配分を考えればよいのであるが，それは各証券構成比の微小変化に対する先のUの変化が0となる組合せを考えればよい．

ところで

$$V_p=\sum_i\sum_j X_iX_j\mathrm{COV}(i,j)$$

であるから，Uは

$$U=R_f+\sum_i X_i(E_i-R_f)-\lambda\sum_i\sum_j X_iX_j\mathrm{COV}(i,j)$$

とも表わされる．よってポートフォリオの最適化を図るためにはこのUをX_iで微分し

$$(E_i-R_f)-2\lambda\sum_j X_j\mathrm{COV}(i,j)=0$$
$$(i=1,2,3,\cdots)$$

の関係が満たされればよいのである．

なお，ここですべてのiについてたし合わせることによって

$$(E_p-R_f)-2\lambda V_p=0$$

が得られる．そして，以上の2つの式から

$$E_j-R_f=\beta_{jp}(E_p-R_f)$$
$$\beta_{jp}=\mathrm{COV}(j,p)/V_p$$

の関係が得られる．なお，ポートフォリオを市場ポートフォリオとみるならば証券iの超過期待収益率は市場の超過期待収益率のβ_{iM}倍の関係をもつことで表わされる．

なお，ここで与えられたβ_{iM}はベータ値と呼ばれるものであり，市場参加者の間で広く使われる係数である．ベータ値が証券参加者の間で広く活用されているのは，それが各証券の市場に対する変動度を表わす便利なものであり，投資分析には欠かせないものであることによる．

なおポートフォリオqのそれを包含するポートフォリオpに対するベータ値は各銘柄の加重平均で以下のように求められる．

$$\beta_{qp}=\sum_i X_{iq}\beta_{ip}$$

(3) 証券市場線

CAPMの世界では市場が効率的であることを前提としている．（価格変動が正規分布にもとづくことを仮定している．ただし，この仮定には多くの反論がある．）それゆえ縦軸に期待収益率，横軸にベータ値をとったグラフにおいて，すべての銘柄は右上がりの直線上にプロットされることとなる．（なぜならポートフォリオのベータ値は各銘柄の加重平均で，またポートフォリオの期待収益率も各銘柄の加重平均で表わされる．）図2—4はそのグラフを表わしたものである．なお，このグラフは証券市場線といわれCAPMの重要な性質を表わすものであ

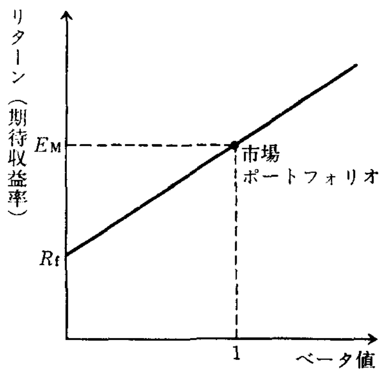

図2—4　証券市場線

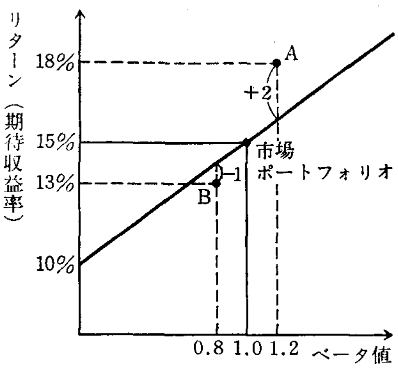

図2—5　証券市場線とアルファー値

る．証券市場線は市場ポートフォリオを示す点，いわゆるベータ値が1で期待収益率がE_Mの点を通る．また投資家は無リスクレートR_fで貸付け（ベータ値は0）を行なうことができるわけであるから，それを表わす点は図の縦軸と交わる点で示される．以上の2点を通る直線（証券市場線）によって，種々ベータ値のポートフォリオの理論的期待収益率を知ることができる．よって，証券市場線より得られる各銘柄の期待収益率は次のとおりである．

$$E_i^e = R_f + [E_m - R_f]\,\beta_{iM}$$

E_i^e：銘柄iの理論的期待収益率

(4) アルファー値

CAPMによると各銘柄の理論的期待収益率は証券市場線によって知ることができる．しかし，現実にはすべての銘柄がこの証券市場線で表わされることにはならない．ある銘柄，あるいはポートフォリオはこの線より高かったりまた低かったりする．

そこで，ある証券の実測された期待収益率と証券市場線で表わされる理論的期待収益率の差は投資分析を行なううえで重要な指標となり，この値は特にその証券のアルファー値と呼ばれている．

$$\alpha_i = E_i - E_i^e$$

α_i：証券iのアルファー値

E_i：証券iの実測期待収益率

E_i^e：証券iの理論的期待収益率

図2—5は以上の議論をグラフに示したものである．なおここでは，市場の期待収益率が15%で無リスクレートが10%とした．ところで銘柄Aのベータ値が1.2でその期待収益率が18%としよう．証券市場線で示されるベータ値1.2に対する理論的期待収益率は16%であるから銘柄Aのアルファー値は＋2%となる．一方，銘柄Bのベータ値が0.8でその期待収益率が13%とすると証券市場線で示される同ベータ値の理論的期待収益率は14%であるからこの銘柄Bのアルファー値は－1%となる．

実際に行なわれている投資戦略において，アルファー値の高い（プラス）銘柄を組み入れたポートフォリオの収益は理論上，市場よりアルファー値の大きさ分だけ高い収益を得ることが期待され，有効なものとされている．

参考文献

W. F. Sharpe, *Investments* (3rd ed.), Prentice-Hall, 1985.

――なお，この第2版は，日本証券アナリスト協会より「現代証券投資論」として邦訳されている．

H. Markowitz, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*, John Wiley, 1959（鈴木雪夫監訳『ポートフォリオ選択論』東洋経済新報社，1969年）．

久保田敬一『ポートフォリオの理論』日本経済評論社，1981年．

S. Ross, "The Current Status of the Capital Asset Pricing Model (CAPM)," *Journal of Finance*, June, 1978.

米沢康博・丸淳子『日本の株式市場』東洋経済新報社，1984年．