

AHPと重み付けの評価

大前 義次

1. はしがき

定量的なデータだけでもとづいて意思決定を行なうということは通常困難である。好みや感触といった無形の要素まで折り込んで決定が行なわれることが一般的である。このような場合のアプローチとして、AHPが優れた方法として脚光を浴びている。

本検討は、AHPと既存の重み付け法を比較することによってAHPの長所・短所を明らかにすることを目的として行なったものである。ここでは比較の対象として、既存の重み付け法の中からChurchmanらの重み付け法[3],[4]と、官能検査のSchefféの方法[6]の6つを取り上げ、それぞれ具体例を通して検討を行なった。前者はこれまで経営の意思決定の場で使われてきた方法であり、後者は味覚等の官能検査において、AHPと同様的一对比較法にもとづいて行なわれてきたものである。

比較結果は、いずれの方法でも大差はなく、ほぼ同等の結論に達した。しかしChurchmanらの方法は、解の一貫性にやや欠けるところがみられ、またSchefféの方法との比較を通してAHPの階層による考え方の優れていることを実感できた。

2. AHPとChurchmanらの方法の比較

2.1 比較対象

比較の対象として図2.1に示す北海道旅行のコース選定を取り上げることとした。ここでは次の4コースについて考えている。

- 道央コース (札幌, 積丹など)
- 道南コース (函館, 奥尻島など)
- 道北コース (旭川, 礼文島など)
- 道東コース (根室, 網走など)

2.2 AHPによる評価

この問題に対するAHPの階層化を図2.2に示す。ここでは3人の学生(X, Y, Z君)が、そ

おおまえ よしつぐ 茨城大学 工学部

〒316 日立市中成沢町4-12-1

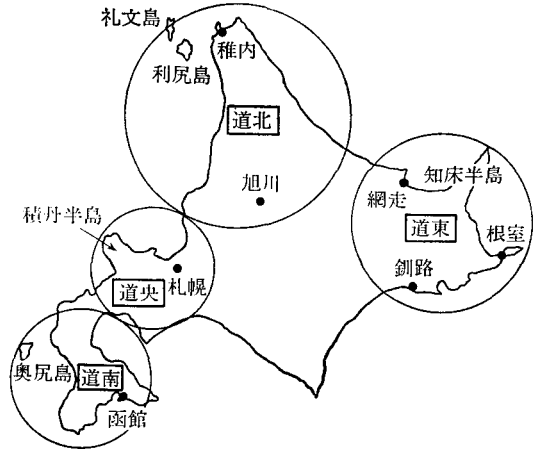


図 2.1 北海道旅行コース

それぞれ別個に評価項目間の重要度、コース別の重要度的一对比較をAHPにもとづいて実施した。表2.1はX君の各評価項目別的一对比較行列と重要度を示したものである。表2.2は同じくX君の史跡の充実度についての重要度である。表2.3はやはりX君のコース別総合評価である。Y君、Z君の場合の同様な中間結果は省略して、3人の総合評価を表2.4に示す。以上の検討から3人の意思として、表に示すように道央コースが最適という結果が得られた。

2.3 Churchmanらの方法との比較結果

まず、Churchmanらの重み付けの方法について簡単に述べると次のようになる。

〔手順1〕 評価項目の順位付けを行なう。評価項目が (O_1, O_2, \dots, O_m) である場合、 O_1 が最重要なもの、 O_2 が次に重要なもの……、そして O_m が最も重要度の低いも

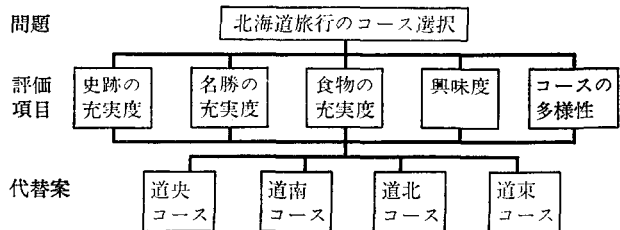


図 2.2 コース選択の階層図

表 2.1 X君の各評価項目別の対比較行列と重要度

	史跡	名勝	食物	興味	コース	重要度
史跡の充実度	1	1/3	1/6	1/7	1/8	0.033
名勝の充実度	3	1	1/3	1/6	1/7	0.060
食物の充実度	6	3	1	1/3	1/6	0.127
興味度	7	6	3	1	1/3	0.264
コースの多様性	8	7	6	3	1	0.516

整合度=0.084<0.1

表 2.2 X君の史跡の充実度についての重要度

	道央	道南	道北	道東	重要度
道 央	1	1/3	6	3	0.271
道 南	3	1	7	5	0.562
道 北	1/6	1/7	1	1/3	0.052
道 東	1/3	1/5	3	1	0.115

整合度=0.042<0.1

のというように並べる。

〔手順2〕 O_1 に価値 $v_1=100$ を与え、他の評価項目のそれぞれに相対的で適当と思われる価値を与える。すなわち、各評価項目 (O_1, \dots, O_m) の価値 (v_1, \dots, v_m) の間には、次のような関係がある。

$$v_1 (=100) > v_2 > \dots > v_{m-1} > v_m$$

〔手順3〕 O_1 と他の評価項目の組合せのすべてと比較し、その判定と一致するように v_1 の値を調節する。たとえば、 O_1 対 ($O_2+O_3+\dots+O_m$)、($O_2+O_3+\dots+O_{m-1}$)、 \dots などと比較していき、どちらを好むかを判断する。そして、その判断にもとづいて v_1 の値を調節する。

〔手順4〕 O_2 と、 O_1 を除く他の評価項目の組合せのすべてとを比較し、手順3と同様にして v_2 の値を調節する。

〔手順5〕 O_{m-2} 対 ($O_{m-1}+O_m$) の比較が完了するまで、上の手順を続ける。

〔手順6〕 各 v_j を $\sum v_j$ で割ることによって重み値を規準化する。

以上の手順から明らかなように、ここでは加法性を仮定している。すなわち ($O_2+\dots+O_m$) の価値 V は、各評価項目の価値の和 $v_2+\dots+v_m$ と等しくならなくてはならない。したがって $V \neq v_2+\dots+v_m$ の場合、各評価項目を組み合わせることが無意味になり、この方法は使えないという制約がある。

表 2.3 X君のコース別総合評価

評価項目	史跡	名勝	食物	興味	コース	総合点
	重要度	0.033	0.060	0.127	0.264	
コース						
道 央	0.271	0.595	0.517	0.569	0.570	0.544
道 南	0.562	0.252	0.055	0.264	0.054	0.139
道 北	0.052	0.059	0.081	0.061	0.102	0.085
道 東	0.115	0.094	0.347	0.106	0.274	0.223

表 2.4 総合評価

学生	X	Y	Z	総合点	順位
	重要度	0.333	0.333		
コース					
道 央	0.554	0.126	0.357	0.346	1
道 南	0.139	0.390	0.170	0.233	3
道 北	0.085	0.384	0.044	0.171	4
道 東	0.223	0.099	0.428	0.250	2

コース選定で取り上げた史跡の充実度、名勝の充実度、食物の充実度、興味度、コースの多様性などの評価項目は、いちおう独立と考えられ、加法性を仮定しても自然ではなさそうである。

さて、各自別個に評価項目に順位付けを行ない、最も重要なものに100、残りに、それぞれ相対価値を割り当てた。この結果を表2.5に示す。ついで、表2.5の各評価項目別に3人の平均をとり、それらの全体に対する比率を求め、最大のものを100として変換すると、表2.6が得られる。

なお、ここで新たな各評価項目にA, B, C, D, Eの評価変数を割り当てた。ついで、手順にしたがって、

表2.5 順位付けと価値の割当

学生	X	Y	Z
コース	100	50	100
興味	85	100	45
名勝	55	55	75
食物	70	25	55
史跡	45	40	35

表2.6 グループの順位付け

変数	評価項目	価値
A	コースの多様性	100
B	興味度	92
C	名勝の充実度	74
D	食物の充実度	60
E	史跡の充実度	48

表 2.7 評価項目の組合せ比較

比較	個別決定			グループ決定
	X	Y	Z	
A > (B+C+D+E)	×	×	×	×
A > (B+C+D)	×	×	×	×
A > (B+D+E)	×	×	○	×
A > (B+D+E)	×	×	△	×
A > (C+D+E)	×	×	×	×
A > (B+C)	×	△	×	×
A > (B+D)	×	○	×	×
A > (B+E)	×	○	×	×
A > (C+D)	×	×	×	×
A > (C+E)	○	○	○	○
A > (D+E)	○	○	○	○
B > (C+D+E)	×	×	×	×
B > (C+D)	×	×	×	×
B > (C+E)	○	×	×	×
B > (D+E)	○	○	○	○
C > (D+E)	×	△	×	×

(注) ○：賛成 ×：反対 △：同等

各評価項目を組み合わせて比較を行なう。ここで全体の判断と整合がとれるように各評価変数の値を調節する。値の調節は、グループとしての判断にもとづくものとし、グループの判断は多数決によっている。この組合せ比較の結果を表 2.7 に、調節後の値を表 2.8 に示す。次いで各コースが、各評価項目をどの程度満たしているか、3人が旅行案内などを参考にして討議し0~1の数値で判断結果を表わしたものが表 2.9 である。表 2.8 と表 2.9 から総合評価を行なう。すなわち、各評価項目の値(規準化した値)に各コースの満足度(表 2.9)をかけて、すべての評価項目について合計したものを総合評価表として表 2.10 に示す。この場合も道央が最適コースとして選ばれている。ただし、表 2.4 と比較してみると、2位と4位が入れ替わっている。Churchman らの方法は順序尺度であり、評価項目の値を調節するさい、それらの順位に関しては制約を与えているが、評価項目間の距離については必ずしも十分な制約がない。そこで表 2.7 の

表 2.10 総合評価

コース	総合点	順位
道 央	0.545	1
道 南	0.535	2
道 北	0.404	4
道 東	0.499	3

表 2.11 調整後の値

変数	評価項目	評価	基準化
A	コースの多様性	100	0.31
B	興味度	75	0.23
C	名勝の充実度	72	0.23
D	食物の充実度	47	0.15
E	史跡の充実度	26	0.08

表 2.12 総合評価

コース	総合点	順位
道 央	0.545	2
道 南	0.547	1
道 北	0.407	4
道 東	0.507	3

表 2.8 調整後の値

変数	評価項目	値	基準化
A	コースの多様性	100	0.32
B	興味度	81	0.26
C	名勝の充実度	58	0.19
D	食物の充実度	45	0.14
E	史跡の充実度	27	0.09

表 2.9 コース別評価項目満足度

評価項目	コース	コース	興味	名勝	食物	史跡
道 央	0.5	0.6	0.5	0.7	0.4	
道 南	0.6	0.4	0.8	0.3	0.5	
道 北	0.4	0.5	0.5	0.1	0.1	
道 東	0.7	0.3	0.5	0.6	0.2	

条件を満たす値の組合せとして表 2.8 と異なるものが考えられる。その一例を表 2.11 に示す。これにもとづいて総合評価をすると、表 2.12 のようになる。表 2.10 と比べ1位と2位の順位が、僅差ではあるが入れ替わっている。一方 AHP は比率尺度であり、また比較値に明確な数値を与えている[1], [2]。このように Churchman らの方法は重み付けにやや任意性があることと、値変数間の加法性を強く仮定しているところに問題があると考えられる[5]。以上のように Churchman らの方法では結果に任意性が残ることがわかった。解の一貫性という点で AHP の優っていることが認識できた。

3. AHP と Scheffé の方法の比較

3.1 比較対象

次のようにアイスクリームの銘柄別嗜好性を5人の学生を対象に調べた。

アイスクリーム：50円/個、2銘柄 (A₁, A₂)

表 3.1 一対比較の評価値

意味	Scheffé	AHP
同じくらい良い	0	1
若干良い	1	3
良い	2	5
かなり良い	3	7
絶対良い	4	9
後の項目から前の項目をみた場合	上の数の負数	上の数の逆数

100円/個, 2 銘柄(A₂, A₄)

実験者 : 学生 5名(O₁, O₂, O₃, O₄, O₅)

比較法は一対比較によっている。ただし、被験者には事前に銘柄は知らせない。各被験者に対し、(A₁, A₂), (A₁, A₃), (A₁, A₄), (A₂, A₃), (A₂, A₄), (A₃, A₄)の組合せを1回ずつ比較させ。たな、お一対比較で用いる評価値は、SchefféとAHPでは異なるので、これを表3.1に示した。

3.2 Schefféの方法

Schefféの方法[6]を簡単に述べると、まず、比較対象を2個ずつ組にして比較し、比較結果を点数で表わす。点数に次のような構造を仮定して分散分析を行なう。いま、A_iを先に、A_jを後に試したk人目の人の評点をx_{ijk}で表わすと次の構造になる。なお、この式はSchefféの方法を中屋が変形したものである[7]。

$$x_{ijk} = (\alpha_i - \alpha_j) + (\alpha_{ik} - \alpha_{jk}) + \gamma_{ij} + \epsilon_{ijk}$$

ここで、α_i, α_jはそれぞれA_i, A_jの平均嗜好度を示し、α_{ik}, α_{jk}は嗜好度の個人差の効果、γ_{ij}はA_iとA_jの組合せ効果、ε_{ijk}は、特定の個人の判定の全体からのずれた観測誤差を含めたものである。

さて、Schefféの方法による一対比較結果を表3.2にまた、それにもとづく分散分析結果を表3.3に示す。これから、主効果と個人差の2つが1%で有意であることがわかる。個人差についてさらに分析するとO₁の判定が他の4人とかけはなれていることがわかった。以上の分析から銘柄別の順位は、A₂, A₄, A₁, A₃であることが明らかとなった。これを表3.4の参考欄に示した。

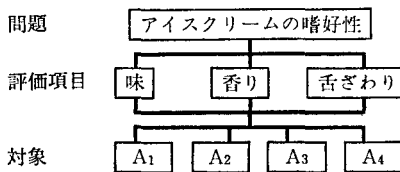


図 3.1 アイスクリーム嗜好性の階層図

表 3.2 Schefféの方法による一対比較

被験者 試料	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	計
	A ₁ A ₂	2	-3	-2	-1	-1
A ₁ A ₃	-1	2	1	-2	0	0
A ₁ A ₄	1	-2	1	-1	-1	-2
A ₂ A ₃	-1	3	2	1	1	6
A ₂ A ₄	1	4	2	2	1	10
A ₃ A ₄	2	-2	-1	-2	-2	-5

表 3.3 分散分析表

要因	平方和	自由度	不変分散	F値	判定
主効果	31	3	10.33	10.35	1%有意
主効果×個人	48.5	12	4.04	5.10	1%有意
組合せ効果	7	3	2.33	2.94	
誤差	9.5	12	0.79		
総平方和	96	30			

判定のためのF値: $F_{3,12}^{0.01} = 5.95$,
 $F_{12,12}^{0.01} = 4.16$

3.3 AHPの方法との比較結果

この問題に対するAHPの階層図を図3.1に示す。AHPによって得られた総合評価を表3.4に示す。なお、この総合評価ではグループ判定を重視して幾何平均を用いた。

AHPとSchefféの方法の比較結果からは、完全な一致がみられた。なおここでSchefféの方法は主効果と個人差を明確にした。AHPは、試料間の順位付けを明らかし、さらに味、香り、舌ざわりを浮き彫りにしたことである。重要度も味が第1、次いで舌ざわり、香りはそれほどでもないことを示している。このことが判明してからSchefféの方法で、味、舌ざわり、香りの3者に対して分散分析を行なった結果、香りには有位差は認めら

表 3.4 総合評価

評価項目 試料	味	香り	舌ざわり	総合評価		(参考) Scheffé
	重要度	0.57	0.09	0.34		
A ₁	0.17	0.35	0.11	0.17	3	-0.35
A ₂	0.44	0.25	0.46	0.43	1	1.05
A ₃	0.15	0.22	0.12	0.15	4	-0.55
A ₄	0.24	0.19	0.31	0.26	2	-0.15

れず、味と舌ざわりがそれぞれ1%有意であることが判明し、結論は完全に一致した。しかしはじめから Schefféの方法だけを適用したとすると、銘柄別嗜好度だけに与えられる恐れなしとしなかったであろう。

4. むすび

以上の具体例の比較を通して、AHPの従来の方法に優る点が明らかになった。特に、

- (1) 解に一貫性があること。
- (2) 評価項目の階層化は大変有効であること。

などである。なお、Schefféの方法はもともと官能検査の場合から生れたものであり、ここでは主効果だけでなく個人差が重視されるが、政策決定の場合から生れたAHPは主効果に関する適切な意思決定（特にグループ判定重視）といった背景の違いが分析方法の違いに反映しているものと考えられる。

最後に計算の労を煩わせた、佐藤晋、野崎司雄両君に謝意を表する次第である。

付録

Schefféの分散分析の方法は次によっている。いま t 個のサンプルから2個ずつの組を作ると、その数は $t(t-1)/2$ となる。これを n 人に評価させるとする。すると、

$$\text{平均嗜好度 } \hat{\alpha}_i = \frac{1}{tn} x_{i..}$$

$$\text{嗜好度の個人差 } \hat{\alpha}_{i(k)} = \frac{1}{t} x_{i..k} - \hat{\alpha}_i$$

$$\text{組合せ効果 } \hat{\gamma}_{ij} = \frac{1}{n} x_{ij.} - (\hat{\alpha}_i - \hat{\alpha}_j)$$

$$\text{ここで、 } x_{i..} = \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n x_{ijk}, \quad x_{i..k} = \sum_{j=1}^t x_{ijk},$$

$$x_{ij.} = \sum_{k=1}^n x_{ijk}$$

また、各効果の平方和は次式で与えられる。

$$S_{\alpha} = \frac{1}{nt} \sum_i x_{i..}^2$$

$$S_{\alpha(k)} = \frac{1}{t} \sum_k \sum_i x_{i..k}^2 - S_{\alpha}$$

$$S_{\gamma} = \frac{1}{n} \sum_i \sum_{j>i} x_{ij.}^2 - S_{\alpha}$$

$$S_e = S_T - S_{\alpha} - S_{\alpha(k)} - S_{\gamma}$$

$$S_T = \sum_k \sum_i \sum_{j>i} x_{ijk}^2$$

各平方和に対する自由度は次表のようになる。これにもとづいて分散分析が行なわれる。

分散分析における平方和と自由度

要因	平方和	自由度
主効果	S_{α}	$(t-1)$
主効果×個人	$S_{\alpha(k)}$	$(t-1)(n-1)$
組合せ効果	S_{γ}	$(t-1)(t-2)/2$
誤差	S_e	$(t-1)(t-2)(n-1)/2$
総平方和	S_T	$t(t-1)n/2$

参考文献

- [1] Saaty, T. L.: The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill (1980)
- [2] 刀根 薫: ゲーム感覚意思決定法, 日科技連出版 (1986)
- [3] Churchman, C. W. & Achoff, R. L.: An Approximate Measure of Value, Operations Research, pp.172~181, Vol. 2, (1954)
- [4] Churchman, C.W.他: 森口監訳, オペレーションズリサーチ入門, pp.170~192, 紀伊国屋書店(1961)
- [5] Hall, A. D.: 熊谷監訳, システム工学方法論, 共立出版 (1969)
- [6] Scheffé, H.: An Analysis of Variance for Paired Comparisons, American Statistical Association Journal, pp.381~400, Sep. (1952)
- [7] 官能検査委員会: 官能検査ハンドブック, pp. 379~385, 日科技連出版 (1973)

『会員名簿』刊行についてのお願い

昭和63年版の会員名簿を作成することになりました。会員原簿のコピーをお送りしましたので、変更事項につきましてはご訂正くださるようお願いいたします。

なお、会員名簿は、会員の方々への限定刊行で、有料頒布となります。原簿コピーの訂正依頼時に、ご購入予約をお願いすることとなりますので、どうぞよろしくご願ひいたします。