

対話型多目的計画法—方法と応用

中山 弘隆

1. 多目的（多次元評価）問題

学生が就職先を決めるさい、おそらく給料だけでは決めないであろう。結婚相手を決めるときに相手の容貌だけで決める人はまずいるまい。このように何かを決めるとき、つまり意思決定にさいしては、いくつもの評価指標を考慮に入れる場合が普通である。

X を代替案の集合とし、 f_1, \dots, f_m を評価指標とする。このとき、伝統的数理計画法では評価指標のうちの1つを目的関数にとり、他を制約関数とし、これらの制約関数がある値以下になるような代替案のなかで目的関数を最大化するものを見出すというものであった。すなわち、数学的には次のように定式化される。

【問題SOP】

$$\begin{aligned} & \text{Max } f_1(x) \\ & \text{subject to } f_i(x) \leq b_i \quad i=2, \dots, m \\ & \quad \quad \quad x \in X \end{aligned}$$

たとえば、株などに分散投資をするさい、いくつかある株式にどのような割合で投資をすればよいかの問題となるが、最も代表的な評価指標は期待収益とリスクである。いま、なんらかの方法でこのような評価指標が定量化できるものとし、 f_1 :期待収益、 f_2 :リスクとしよう。 X を市場制約や予算制約で定まる実行可能集合とすると、リスクをある値 b_2 以下に抑えて、期待収益を最大化しようとするならばこれはまさしく通常の数理計画問題SOPの1つとなる。このような問題では関数形 f_1, f_2 や b_2 および集合 X が与えられれば対応する解はすでに陰伏的に定まり、あとはそのような解をどうやって求めるかが関心事になる。従来の数理計画法の研究が解法主導型でなされてきたゆえである。しかし、実際の意思決定の立場からは、解を規定する関数形 f_1, f_2 や b_2 および集合 X を定めることも非常に重要となる。これらはモデリングと呼ばれ、意思決定の重要な1つの要素である。ここでは、数理計画の問題として関数形 f_1, f_2 および集

合 X が比較的容易に定められる場合を考えることにする。このようなときでも、 b_2 のとりかたはそれほど自明には定まらない。

最初与えた b_2 の値はそれほど厳密なものではないから、その結果得られる最大期待収益の値を見て適宜変更される。市場制約のように、変更不可能な制約をハード制約、リスクや予算制約のように変更可能な制約のことをソフト制約という。モデリングでは確定できないさまざまな要因をソフト制約の中のパラメータに反映させることによって、数理計画法がある程度しなやかに対応できるようにされている。したがって、意思決定を取りまくさまざまな環境の変化や価値観の変化にしなやかに対応できるようにするには、単に与えられた問題に対する解を求めるだけでなく、意思決定者が自分の望ましいと思ふ解を容易に得られるようにソフト制約のパラメータを定めることも重要となる。数理計画法の中ではこれらのことはポストオプティマリティ分析（感度解析、パラメータ分析）と呼ばれている。

さきに示した例のような問題の定式化では通常、リスクは許される限度ギリギリまで大きくする方が期待収益は大きくなる。つまり期待収益のほうは問題を解いて解を得るまでその値が分からない。もともと望んでいた水準に達している場合もあればそうでない場合もある。通常は、ポストオプティマリティ分析によって、制約のなかにある許容リスクのレベルを望ましい期待収益が得られるようになるまで変更する。しかし、もし期待収益の保証の方が大事であるなら、期待収益の方を制約にして、リスク最小化として問題を定式化した方が効率がよい。つまり、もともとは期待収益もリスクも同レベルの評価指標であったことを思い出せば、どちらかを目的関数、他方を制約とするのではなく、これらを同一レベルで考慮できるようにする方がよい。ソフト制約の多くは目的関数と同一レベルで考察できるものが多いからこれらをすべて目的関数として定式化し、それらを同時に考察して、全体のバランスを計ろうとするのが多目的計画法である。

なかやま ひろたか 甲南大学理学部応用数学科

〒658 神戸市東灘区岡本 8-9-1

【例】

I. ブレンディング…原材料を最終製品の種々の希望特性に合うよう適切に混合する。

(1) 飼料

原材料…トウモロコシ, 魚粉, 雑穀類等
 評価指標…コスト, 栄養価(炭水化物, タンパク質, 脂肪, 灰分等), 原材料の在庫量等
 最終製品…種々の家畜飼料(ニワトリ, 豚, 牛, 犬, 猫等)

(2) プラスティック成型材

原材料…アルミニウム酸化物, ケイ酸酸化物, カルシウム酸化物等
 評価指標…コスト, 耐酸性, 耐アルカリ性, 耐水性, 融点, 熱伝導率等
 最終製品…バスタブ, 壁表装材等

(3) セメント[7]

原材料…石灰石, 粘土, 珪石, 鉄原料等
 評価指標…コスト, 水硬率, 珪酸率, 鉄率等
 最終製品…普通セメント, 早強セメント, 中庸型セメント等

(4) ポートフォリオ

原材料…各種債券, 株式等
 評価指標…期待収益, リスク, 残存年数, 最終利回り, 平均利回り等
 最終製品…投資者の希望(好み)に応じた投資の組合せ(ポートフォリオ)

II. 設計…製品の性能等各種評価指標を考慮に入れて総合的観点から適当な設計変数を決定する。

(5) レンズ

設計変数…ガラスの種類, 面間隔, ガラスの曲率等
 評価指標…コスト, 重量, 長さ, 明るさ, 結像性能(100種以上ある場合もある)等

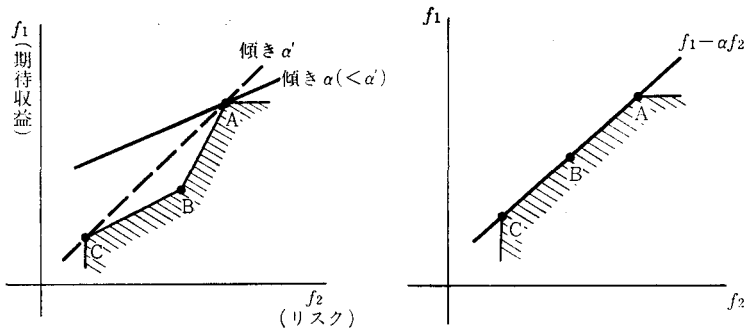
(6) 斜張橋の架設時精度管理

設計変数…ケーブルの長さ調節量
 評価指標…コスト, ケーブルの張力誤差, キャンパー(橋床のたわみ)誤差

III. 長期計画…何十年かの将来計画等において何を, いつ, どこに, どの程度作るか等を定める。

(7) 発電所の型決定

将来の電気需要, 社会情勢をみながら火力, 水力,



(i) 実行可能集合が非凸な場合 (ii) 実行可能集合が凸な場合

図2.1 加重和によるスカラー化では適切な重みが存在しない例

原子力発電所(炉型も各種ある)をいつ, どこに, どの程度作るかを計画する。

ここにあげた以外にも文献[3]には数多くの例が示されている。

2. 加重和によるスカラー化は間違っている？

多次元の目的関数はそのままでは取り扱いが困難である。そこで普通, よく行なわれている例は各目的関数に適当な重みをつけてそれらを加え合わせたものを新たに全体としての目的関数とする方法である。実際の現場ではほとんどといってよいくらいこの方法が, 用いられているがはたしてこれでよいのだろうか。

簡単な例を考えてみよう。分散投資の方策として実行可能集合の中からA, B, Cの3通りが候補になったとしよう。目的関数として, f_1 : 期待収益と f_2 : リスクをとる(図2.1(i))。Aは極端に期待収益が良いが, その代わりにリスクも大きい。逆に, Cはリスクは小さいがその代わりに期待収益もあまり良くない。Bは期待収益の面でもリスクの面でもまあまあである。

加重和によるスカラー化関数を

$$P(x) = f_1(x) - \alpha f_2(x)$$

とする。 $\alpha < \alpha'$ に対して $P(x)$ を最大化することにより得られる解はAである。これでは, あまりにリスクが大きすぎる。そのため α を少し大きくしてみる。しかし, $\alpha < \alpha'$ である限りAの解しか得られない。そこでどんどん α の値を大きくして行って α' より大きい値にまですれば, $P(x)$ の最大化によって得られる解はCとなる。

($\alpha = \alpha'$ では用いる最適化の手法によって, AかCかいずれかの解が得られる。)しかし, Cではあまりに期待収益が少なすぎる。実際問題としてはこのような両極端な

場合よりも、もう少しどちらの評価指標もある程度は満足できるものが望ましい。しかし、どのように α をとろうともスカラー化関数 $P(x)$ を用いる限り、実際の解を得ることはできない。

このような現象は、双対ギャップがある場合によく見られるが双対ギャップのない凸な場合でも起こり得る。たとえば、すべての目的関数が線形で制約集合が凸多面体であるような、いいかえれば線形多目的計画問題でも図2.1(ii)のような場合にはシンプレックス法を用いる限り、端点AかCしか得ることはできない。

先の例は適切な重みが実際には存在しない場合があることを示している。また、たとえそのような重みが存在するような場合でも目的関数の数が多くなってくると、ある目的関数の値を改善しようとしてその重みを大きくすると、今度は他の目的関数の値が悪くなりすぎるといふ、いわゆるモグラたたきの現象が生じる。望ましい解が得られないため何回も重みを変えてスカラー化関数最適化をやり直し、やたら貴重な時間を無駄に費やすということは実際の現場では非常に多い。現在、無意識のうちに加重和によるスカラー化がまるで常識のように用いられているが、実は色々な問題点をもっていること、そして時には間違っているとさえ言えることを認識してほしいと思う。

3. 多目的計画法と Pareto 解

3.1 Pareto 解

2つのベクトル $y=(y_1, \dots, y_r)$, $z=(z_1, \dots, z_r)$ に対する順序を次のように定義しよう。

$$y \geq z \Leftrightarrow y_i \geq z_i \quad i=1, \dots, r$$

$$y \geq z \Leftrightarrow y \geq z \quad \text{かつ} \quad y \neq z$$

$$y > z \Leftrightarrow y_i > z_i \quad i=1, \dots, r$$

このとき、次のような多目的計画問題を考える。

【問題MOP】

$$\text{Max } f(x) := \text{Max } (f_1(x), \dots, f_r(x))$$

$$\text{subject to } x \in X \subset R^n$$

ただし、制約集合 X は制約 $g_i(x) \leq b_i$ によって与えられてもよいし、直接、集合の形で与えられてもよい。

このような多目的計画問題では、 $f(x^*) \geq f(x)$, $\forall x \in X$ を成り立たせるような、いいかえれば、すべての目的関数を同時に最大化するような解 x^* は一般には存在しない。したがって、次善の策として、ある目的をそれ以上改善するには他を犠牲にしなければならないというギリギリの線までまず達成することを試みる。

【定義1.1】

$x^* \in X$ が

$$f(x^*) \preceq f(x), \quad \forall x \in X \quad (3.1)$$

を満足するとき、 x^* を問題MOPに対する(強) Pareto 解といい、 $f(x^*) \prec f(x) \quad \forall x \in X$ (3.2)

を満足するとき弱 Pareto 解という。

一般に(弱) Pareto 解は唯一ではなく、ある集合となって現われるため、意思決定者は、通常新しくある価値判断を導入することによって、これらの(弱) Pareto 解の中から1つ選ばれる。実際には、この新しい価値基準として意思決定者の価値判断がとられる場合が多い。このとき、意思決定者の価値判断に関する情報をどのようにひきだし、それをどのように用いるかが重要な問題点となる。このように、多目的計画法では人間の価値判断の問題をも考察の対象にするところが従来の数理計画法と根本的に異なる。

3.2 満足化

経済学等では古くから人間の行動モデルとして(期待)効用最大化のモデルがよく用いられている。これをそのまま実際の意思決定に用いようとすると効用関数を実際に求めることが必要となる。しかし、一般には効用関数の同定は難しい。評価指標が数量化できない問題にはこのアプローチが有効な場合も多いが、ここでは各評価指標が数量化できるような(言い換えれば、数理計画の問題として定式化できるような)場合を考察しているため、効用関数を事前に求めなくてすむようにすることができる。対話型計画法の中には効用関数を求めなくても、その部分的な情報、たとえば限界代替率等を意思決定者から引出しながら解を探索するという方法がある[1][9][11][13][16][17][18]。しかし、判断の整合性が求められることや、そもそも微分に相当するような情報を意思決定者に答えてもらうのは人間の判断能力の限界を超えており、実用にはほど遠い。

人間の行動原理は必ずしも最適化でなく、人間の判断能力、および情報収集の限界から、満足化によるとする方が妥当であると主張したのは H. Simon であった[14]。すなわち、これ以上あれば満足できるという水準 \hat{f} (希求水準 aspiration level)を想定して

$$f(x) \geq \hat{f}$$

を成り立たせるような解 x (満足解)を意思決定の解にしようとするものである。したがって、満足化においては意思決定者に求められる価値観の情報は希求水準だけでよく、これは容易に答えられるものであるからすこぶる実際的である。

ところで、単に満足できる解であればどれでもよいとするのは、意思決定にさいして利用できる情報に限界があったからである（たとえば、 $f_i(x)$ の関数形がわからなかったり、代替案の集合が把握できない等）。しかし、われわれが考察の対象にしているような問題では数理計画の問題として定式化できるようなものであるため、 f をできる限り大きくして、もはやすべての目的を同時に改善するような代替案が他には存在しないというレベル（すなわち、Pareto 解）にまでもっていくことはそれほど困難なことではない。したがって、満足解でもあり、Pareto 解でもあるような代替案の中から意思決定者の納得のいくものを見いだすことにしよう。

3.2 スカラー化関数

与えられた多目的問題に対して、(弱) Pareto 解は補助的スカラー最適化を行なうことによって容易に求められる。

【定理3.1】 関数 $P: R^r \rightarrow R$ が

$$y^1 \leq y^2 \Rightarrow P(y^1) < P(y^2) \quad (3.3)$$

を満たすとき、 P を $Y := f(X)$ 上で最大化する x^* は問題MO Pに対する Pareto 解である。もし、 P が

$$y^1 < y^2 \Rightarrow P(y^1) < P(y^2) \quad (3.4)$$

を満たすなら、 P を $Y := f(X)$ 上で最大化する x^* は問題MO Pに対する弱 Pareto 解である。

第2節で述べた正の重みをもつ加重和によるスカラー化は(3.3)を満足するので、それを最大化することによって得られる解は Pareto 解である。しかし、この方式が種々の問題点をもつことは先に述べた通りである。どのような価値基準に対してもそれに見合う解を提示できるようにするには、適当にパラメータを修正するだけでそのスカラー化関数を最大化もしくは最小化することにより、どのような(弱) Pareto 解をも導き出せるようにする必要がある。そのための唯一ともいえる関数は

$$Q_1 = \max_{1 \leq i \leq r} w_i (\hat{f}_i - f_i(x)), \quad w_i > 0$$

であり、適当な \hat{f}_i および w_i に対してこれを最小化することにより任意の(弱) Pareto 解を得ることができる[11][19]。ここで、 \hat{f}_i の代わりに理想点 f_i^* を用いても本質的にはほとんど変わらない[9]。重みのとり方は後に述べる。

ところで、関数 Q_1 の最小化によって得られる解は弱 Pareto 解であることが保証されるだけである。そのため、強 Pareto 解が得られることを保証するために

$$Q_2 = \max_{1 \leq i \leq r} w_i (\hat{f}_i - f_i(x)) - \alpha \sum_{i=1}^r w_i f_i(x), \quad \alpha > 0, w_i > 0$$

を用いることもあるが、今度はすべての強 Pareto 解をカバーすることはできないという欠点がある[9][11]。

4. 満足化を用いた多目的計画法

4.1 ゴールプログラミング

最も古くから知られている方法にゴールプログラミングがあるが[2][3][6][15]、これは与えられたゴール、あるいはターゲットに対し最も近い解を見いだそうとするものである。 \bar{f} を目的関数 $f = (f_1, \dots, f_r)$ に関する意思決定者のターゲットとしよう。このとき、一般的なゴールプログラミングの定式化は次のようになる。

【問題GP】

$$\text{Minimize } d(f(x), \bar{f}) \quad \text{subject to } x \in X.$$

ここで、 $d(f(x), \bar{f})$ は $f(x)$ と \bar{f} との「距離」を表わすスカラー化関数である。

たとえば、最小二乗法はターゲット \bar{f} に対し $f(x) = \bar{f}$ となることが望ましいとき

$$d(f(x), \bar{f}) = \sum_{i=1}^r w_i (\bar{f}_i - f_i(x))^2, \quad w_i > 0 \quad (4.1)$$

としたものである。ターゲット \bar{f} に対し $f(x) \geq \bar{f}$ となればよいときには、

$$f(x) + y^+ - y^- = \bar{f}$$

$$y^+, y^- \geq 0$$

とおいて

$$d(f(x), \bar{f}) = \sum_{i=1}^r w_i y_i^+, \quad w_i > 0 \quad (4.2)$$

とすればよい。†

ゴールプログラミングは容易にわかるように多目的問題に対するスカラー化の1つの方法であり、価値判断の問題はすべてこのスカラー化に転化されている、単なる加重和や重み付2乗和では望ましい解が得られない場合があることや、適当な重みがなかなか見つからないとい

$$\dagger \quad f(x) + y^+ - y^- = \bar{f}$$

$$y^+, y^- \geq 0$$

$$x \in X$$

のもとで $y_i^+, y_i^- (i=1, \dots, r)$ の少なくとも一方に関して単調増大な目的関数を最小にする解において、 $y_i^+ y_i^- = 0$ が成り立つことが知られている[10]。したがって、このような解 y^+, y^-, x に対して

$$f_i(x) \leq \bar{f}_i \implies y_i^+ = \bar{f}_i - f_i(x)$$

$$f_i(x) \geq \bar{f}_i \implies y_i^- = f_i(x) - \bar{f}_i$$

となる。したがって、各 f_i の値が大きいほど望ましいとき、 y_i^+, y_i^- はそれぞれ f_i のターゲット \bar{f}_i に対する未達成量、および過剰達成量となる。

う欠点があることは先にも述べた。

さらに、このような古典的なゴールプログラミングではわれわれの問題MOPに対してターゲット \bar{f} が実現可能なときには、さらに f を向上させる解が他にあってそれを無視してしまふ結果になる。つまり、ターゲット \bar{f} が実現可能なときには、一般に解の Pareto 最適性を保証することはできない。

以上のような難点を克服するために、スカラー化関数として、第3節で述べた Q_1 もしくは Q_2 を用い、意思決定者が最も容易に答えることができると思われる希求水準を手がかりに意思決定者の納得のいく解を探そうとする方法がいくつか考えられている [3][5][8][13][15][16][17][20]。ここでは、筆者の提案した満足化トレードオフ法[8]と IIASA で開発された DIDASS[5]とをミックスしたものを以下に要約する。

4.2 満足化トレードオフ法

(改訂)満足化トレードオフ法の手順は次の通りである。
step 1. (希求水準の範囲の設定) 各目的関数をそれぞれ単独で最大化して、希求水準の上限とする。有限な値としてこれが求まらないときや、今までの経験から想像できるときにはマニュアルで入力する。下限値 f_* は最低希求水準として意思決定者に直接答えてもらってもよいが、 $\max_{x \in X} f_i(x)$ を達成する x を x_i^* とおくと、すなわち

$$x_i^* = \arg \max_{x \in X} f_i(x)$$

とするとき、

$$f_{i*} = \min_{1 \leq j \leq r} f_i(x_j^*)$$

で与えてもよい。

step 2. (希求水準の設定) 各目的に対する希求水準 \hat{f}_i^k ($i=1, \dots, r$) を意思決定者に尋ねる。最初は $k=1$ とする。

step 3. (min-max 解)

$$w_i = \frac{1}{f_i^* - \hat{f}_i^k} \quad (4.3)$$

として Q_1 (もしくは Q_2) を最小にする解、つまり min-max 解を次の等価な問題を解くことにより与える。 Q_1 をとった場合を下に示す。

【問題 A P】

$$\begin{aligned} & \min_{x, z} z \\ & \text{subject to } w_i (\hat{f}_i^k - f_i(x)) \leq z \\ & \qquad \qquad \qquad i=1, \dots, r \\ & \qquad \qquad \qquad x \in X \end{aligned}$$

この解を x^k とする。

step 4. (トレードオフ) $f(x^k)$ を決定者に見せて、もっと改善したいと思う目的とそのために犠牲にしてもよいと思う目的、および現状のままよいと思う目的のクラスに分け、それぞれの添字の集合を I_L^k, I_R^k, I_A^k とする。 $I_i^k = \emptyset$ なら終わり、 $I_i^k \neq \emptyset$ なら I_L^k, I_R^k に属する目的に対しそれぞれの程度であれば満足できるかという新たな目的水準 \hat{f}_i^{k+1} を尋ねる。 $i \in I_R^k$ に対しては $\hat{f}_i^{k+1} = f_i(x^k)$ とする。 $k=k+1$ として step 3 に戻る。

[注 4] 1スカラー化関数 Q_1 或いは Q_2 に対して希求水準 \hat{f}^k の代わりに理想点 f^* を用いた場合、重みは通常

$$w_i^k = \frac{1}{f_i^* - \hat{f}_i^k}$$

とする。

step 4 のトレードオフで、現在の Pareto 解のままでよい目的関数 f_i ($i \in I_A$) に対して、このままでよいという意味がこれ以上悪くなつては困るということであれば、この目的関数を制約

$$f_i(x) \geq f_i(x^k)$$

にすればよい。これは補助問題 A P を解くときにこの i に対する

$$w_i (f_i(x^k) - f_i(x)) \leq z$$

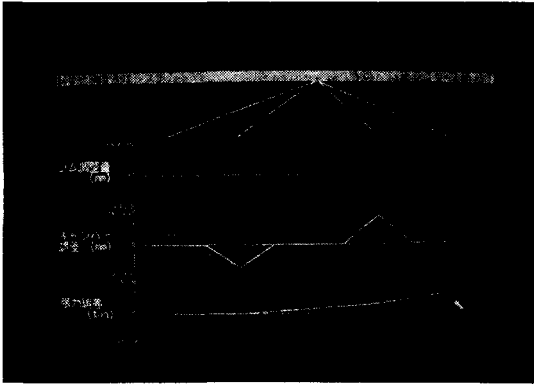
の z の係数を 0 にするだけでよい。このように、補助問題 A P を用いることによって目的関数と制約の役割を思いのままに簡単に変更することができる。

さらに、感度解析の理論を使って、トレードオフをもっと簡単にできるような工夫もなされている[10]。特に、もとの問題が線形であれば、2回目以降は補助問題 A P を解くことなく、新しい希求水準に対する Pareto 解を求めることができる。このことは問題のサイズが大きくなって、最適化計算に時間がかかる場合などに特にその効果を発揮する。

斜張橋のシム量調整問題に対する応用例を図 4.1 に示す。希求水準はマウスを用いて、ディスプレイのグラフ上で入力できるようになっている。この問題ではシム量そのものよりも調整するケーブルの本数が問題になる。したがって、先に述べた目的関数を制約に転化する方法により、ある程度シム調整量の少ないケーブルの調整量を強制的に 0 にすることによって調整すべきケーブルの本数を減らすよう工夫している。

5. 終わりに

ここで簡単に紹介した対話型多目的計画法ではたとえ、意思決定者の望みと現実とのギャップをわからせたり、また複数の決定者が関与する時には、相互にほかの



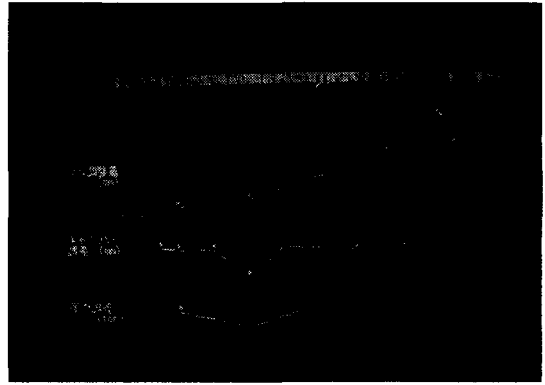
(i) 初期誤差に対する希求水準の入力

図4.1 斜張橋精度管理システムにおける満足化トレードオフ適用例

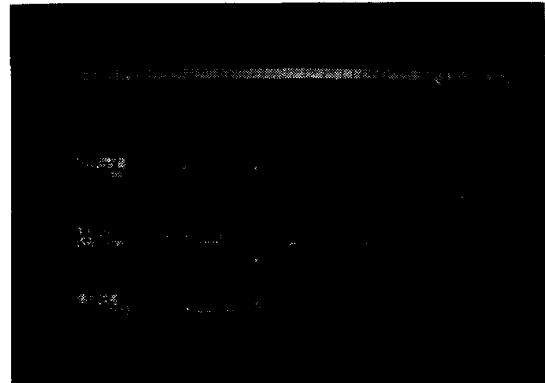
人々の考えがよく理解でき、個人的視野ばかりでなく、グループ全体としての視点から判断することができるようにする、いわば学習効果があることがわかっていただけたと思う。

従来の数理計画の解法はコンピュータに任せる計算技法を主要な課題としていたように思えるが、与えられた問題に対して1つの解を求めるだけでは、実際にはほとんど意思決定者を納得させることはできない。多目的計画法は数理計画の技法を用いながらも、意思決定者の思いのままの解が容易に得られるように工夫したものである。現在、診断とか推論とかいった人間の知的情報処理をコンピュータに代行させようとする試みが盛んであるが、価値判断という知的情報処理はそう容易には機械化できないであろう。このような状況下では人間のもつ優れた直感的な総合的判断力をそのまま利用した方が得策である。

意思決定支援システムを考えると、激しく変動する意思決定の環境や、多様な価値判断に柔軟に対処できるようにするには開かれたシステムにする方がよい。つまり、意思決定支援システムの目的は意思決定の自動化にあるのではなく、意思決定者の思いのままの解が容易に得られるように意思決定者を助けることである。このことから、人間(意思決定者)とコンピュータの協調システムとして意思決定支援システムを考察することが重要である。多目的計画法は数理計画法として定式化できるような問題に適用が限定されているとはいえ、このような「しなやかな」意思決定支援システム[12]の1つとして今後幅広く応用されることを願って止まない。



(ii) 与えられた希求水準に対する Min Max 解



(iii) 最終結果

参考文献

- [1] V. Chankong and Y.Y. Haimes: Multiobjective Decision Making, Theory and Methodology, North-Holland (1983)
- [2] A. Charnes and W. Cooper: Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. Vol.1, Wiley (1961)
- [3] 伏見, 福川, 山口: 経営の多目標計画, 森北出版 (1987)
- [4] 古川, 井上, 中山, 石堂: 多目的計画法を用いた斜張橋の架設時精度管理システムに関する研究, 土木学会論文集, 第374号/I-6, pp.495-502 (1986)
- [5] M. Grauer, A. Lewandowsky and A. P. Wierzbicki: DIDASS-theory, implementation and experiences. M.Grauer and A.P. Wierzbicki (eds.) Interactive Decision Analysis, Springer (1984)
- [6] J.P. Ignizio: Linear Programming in Single- & Multiple Objective Systems, Prentice-Hall

(1982) (高桑訳: 単一目標・多目標システムにおける線形計画法, コロナ社, 1985)

- [7] 木藤, 三隅: セメント製造工程における目標計画法の適用, オペレーションズ・リサーチ no. 3, pp. 177-181 (1978)
- [8] 中山: 多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案, 計測自動制御学会論文集, Vol.20, pp.29-35 (1984)
- [9] 中山: 多目的意思決定—理論と応用—V, 対話型計画法, システムと制御, Vol.31, pp.121-128(1987)
- [10] H. Nakayama: Sensitivity and Trade-off Analysis in Multi-objective Programming; Proc. of IIASA Workshop in Bulgaria, 1987, Springer (to appear)
- [11] Y. Sawaragi, H. Nakayama and T. Tanino: Theory of Multiobjective Optimization, Academic Press (1985)
- [12] 榎木, 中山, 中森: 新しいシステム工学入門, しなやかなシステムズアプローチ, オーム社 (1988)
- [13] 志水: 多目的と競争の理論, 共立出版 (1982)
- [14] H. Simon: Models of Man: John Wiley (1957), 宮沢ほか訳, 人間行動のモデル, 同文館(1970)
- [15] J. Spronk: Interactive Multiple Goal Programming, Martinus Nijhoff Publishing (1981)
- [16] R.E. Steuer: Multiple Criteria Optimization Theory, Computation and Application, Wiley (1986)
- [17] 田村編: 大規模システム, 第5章 多目的計画法, 昭晃堂(1986)
- [18] P. L. Yu: Multiple-Criteria Decision Making—Concepts, Techniques and Extensions, Plenum Press (1985)
- [19] A. P. Wierzbicki: On the Completeness and Constructiveness of Parametric Characterization to Vector Optimization Problems, OR Spectrum Vol. 8, pp.73-87 (1986)
- [20] M. Zeleny: Multiple Criteria Decision Making, McGraw-Hill (1982)

▶パーソナルコンピュータ用線形計画法パッケージ◀

パーソナルLP

実用的な例題を多数収録し, 入門者向けに線形計画法をわかりやすく解説!!

開発: 平本 巖(株)電力計算センター)

機種: PC-9801

定価: 80000円

概要: 線形計画法パッケージ。問題入力, 単体表の操作, 凶解法, サポート機能など。(マニュアル添付。)

解説書: パソコンパッケージによる

例解 線形計画法(定価1800円)

問合せ先: 日本電気ソフトウェア(株)

営業部 ☎ 03(444)3211

■好評発売中

ファジイ理論 とその応用

水本雅晴著/A5/3200円

近年実用面からも注目され始めたファジイ理論について, 永年研究を重ねてきた著者が, ファジイ集合とこれを定義づけるメンバーシップ関数, ファジイエントロピー, ファジイシステム等の基本的概念から, 応用面全般にわたって解説した決定版。

新時代のコンピュータ総合誌

定価880円

Computer Today

7月号特集/好評発売中

32ビットパソコン時代のOS

—OS/2とUNIX—

別冊 プログラム移植 定価1380円

月刊誌

数理科学

8月号特集/好評発売中/定価930円

次元のプロファイル

別冊 相対論の座標 定価2000円

サイエンス社

東京都千代田区神田須田町2-4 安部徳ビル

☎03(256)1091 振替 東京7-2387