

アメリカ待ち行列事情

宮沢 政清

私は今、米国バージニア州、ブラックスブルグ(Black-sburg)にある Virginia Tech. (正確には、Virginia Polytechnic Institute and State University と長い)に1年間の予定で滞在している。そこで、米国の待ち行列に関するフレッシュな話題を提供できるといいのだが、私の興味が偏っているのか、待ち行列の米国における新しい動向などほとんど私にはわからない。この話は、むしろ古い話である。

論文を書いたことのある人ならば1度や2度は経験したことがあると思うが、論文が印刷された後で誤りを見つけることがある。それも印刷ミス程度の小さなものならどうということもないが、不幸にも、本質的誤りを見つけてしまうこともある。誤りをした本人にとっては不名誉なことであるが、誤りには新しい発展の種が隠されていることが少なくない。

話は、Management Science に掲載された A. J. Lemoine の論文 ([4]) に始まる。この論文はネットワーク型待ち行列の平衡状態 (時間が十分に経って、システムの状態が平衡状態にある場合) の解析について総合報告したものである。ネットワーク型待ち行列では、システム内の個々の待ち行列をノードと呼ぶ。ノードには外部から客が到着する。もちろん、外部からの客が来ないノードがあってもよい。各ノードでサービスを完了した客が、システムの状態とは独立に一定の確率でノードを選択するか外部に去るモデルをマルコフ選択型ネットワークという。マルコフ選択型モデルで、特に、外部からの客がポアソン過程にしたがって到着し、サービス時間がすべて指数分布にしたがう場合を Jackson 型ネットワークと呼ぶ。Lemoine の論文は、主にこの Jackson 型ネットワークに関して、待ち人数の結合分布と客のシステム通過時間分布を論じたものである。

Jackson 型ネットワークでは、平衡状態では、各ノ

ードのサービス中の人を含めた待ち人数(系待ち人数)は互いに独立である。また、ネットワーク上に一度通過したノードへ戻る経路がない(これをサイクル無しという)場合には、ノード間の客の流れはポアソン過程であり、客がノードから退去した直後におけるノードの系待ち人数はその時刻以後のノードからの退去過程とは独立となる (Kelly [3])。

Lemoine はこれからサイクル無しの Jackson 型ネットワーク待ち行列で各ノードが先着順サービスの単一窓口系であるときには、客がノード i から j へ移るとき、その客のノード i での滞在時間はノード j 以後の総滞在時間と独立であると結論した。これより、彼は、客のシステム通過時間分布のラプラス変換に関する方程式を作りそれを解いて、平均や分散が簡単に得られることを示した。

この滞在時間の独立性に関して Mitrani [9] から疑問が Management Science の編集長宛に提出された。当時の編集長は、数値計算法で有名な M. F. Nuets (現 Arizona 大) であった。彼は Lemoine の論文にかかわった R. L. Disney (最近 Virginia Tech. を辞めた) に事の真偽を確かめるよう依頼した。Disney は、当時彼の Ph.D. の学生であった R. D. Foly (現在 Georgia Tech.) と B. Simon (最近 Bell 研より Denver 大へ移った) に対して問題を提起した。その結果が Simon and Foly [11] の反例である。彼らは、客の流れに追越しがある場合にノードの滞在時間が独立とならない例を作った (図1)。図1の場合、ノード1で滞在時間が長い客がノード2を通過してノード3へ行くとしよう。このとき、ノード1で待つ客が増えるので、その客がノード2にいる間にノード1から3へ直接行く客 (すなわち、追いついて行く客) の数は多くなる。したがって、ノード1で長く待った客がノード2を通過するとき、ノード3で長く待つことになる。これより、ノード1での滞在時間がノード2、3の通過時間と独立でないことが予想されよう。Mitrani [9] や Simon and Foly [11] は、す

みやざわ まさきよ 東京理科大学 理工学部
〒278 野田市山崎東亀山2641

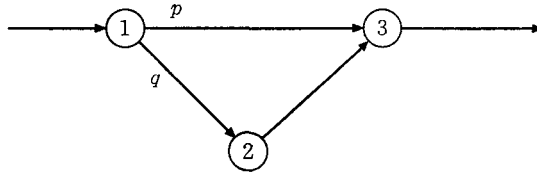


図 1 サイクル無しネットワーク待ち行列で追越しのある例 (p, q は分岐確率, $p+q=1$)

に, Burke [1] が, 複数窓口系と単一窓口系からなる 2 段直列型待ち行列で同様な結果を得ていることを指摘して, 客の追越しが独立性を崩す原因となっていることを示唆した。

この論文とは独立に, Walrand and Varaiya ([12], California 大 Berkeley) も同様な反例を作っている。彼らはさらに客に追越しがなければ滞在時間が独立となることを示した。その後, 客に追越しがない場合のノード滞在時間の独立性についての論文がどっと出てきた ([8], [10] およびそれらの文献を見てほしい)。すなわち, 1 つの誤りから研究の道が開いたのである。なお, 平均だけに関してならば, Little の公式を用いて系通過時間は簡単に求められることを注意しておこう。

Lemoine 氏は, 私も一度お目にかかったが, 物腰の柔らかな紳士である。彼が自分の誤りにどんなに恐縮したか想像に難くない。自分の誤りに言及した Lemoine [5] には彼の無念さが溢れている。Disney 氏によれば, 彼はたった 1 行の誤りのために長大な論文を書き改めなければならなかったという ([6])。

実は, この話には後日談がある。Lemoine 氏自身が自分の誤りに挑戦したのである。1987 年の *J. Appl. Prob.* [7] において, 彼は Jackson 型ネットワークでサイクル無しや客の追越し無しを一切仮定しない場合にシステム通過時間を計算する方法を提案したのである。この方法は, 問題を Markov 過程の first passage 問題として定式化したものである。しかし, 残念なことに, この方法で解けるのはまだ特殊な場合だけである。

私がこの話に興味を持ったのは, たまたま, 私と同時期に Virginia Tech. を訪問していた J. J. Hunter (Auckland 大, New Zealand) がセミナーで Lemoine [7] の論文を紹介したことからである。彼自身も独自の方法でこの問題に挑戦している。また, Bell 研でも Feedback 型待ち行列の系通過時間分布に関する研究が行なわれている。日本では, 川島武氏が閉鎖型待ち行列のサイクル時間にとりくんでおられる ([2])。ネットワーク型待ち行列の系通過時間は重要な問題であるにもか

かわらずわかっていないことが多い。今後の発展に期待したい。私自身は今 Disney 氏と仕事をしており, ここの話の主な部分は彼から聞いたものである。

話題を少し変えて, アメリカの待ち行列研究の拠点について簡単に述べよう。まず, 大学関係では, 経営工学系 (Berkeley, Georgia Tech., Arizona 等), ビジネススクール系 (Rochester, Berkeley 等), OR 学科系 (Stanford, North Carolina 等), 電気工学およびコンピュータ系 (Berkeley, Columbia 等) が主なところである。経営工学やビジネススクール系では, 基礎的の数学教育を受けていない学生が多く, 研究者を育てるのが大変なようである。これらの大学院で待ち行列を研究テーマとする Ph.D. の学生には数学科出身者が多い。

次に, 研究所関係では, Bell 研 (Murray Hill, Holmdel) が圧倒的である。Bell 研は ATT に属しているが, ATT が分割され長距離電話と製造部門だけになったため, 応用研究 (特に, 生産関係) に重点が移りつつある。しかし, Murray Hill だけでも, 研究者が 4,000 人もいて (Holmdel はもっと大きい), 待ち行列の理論研究者が 20 人を越えるというから大したものである。しかも, 非常に質の高い研究が行なわれている。T. Rolski (ポーランド, North Carolina 大に滞在中) と私は, 12 月のある日, Murray Hill に一緒に招かれてセミナーで話した。2 日間の滞在であったが, 彼らの議論の凄まじさに驚いたものである。Bell 研以外では, IBM の研究所 (Watson Research Center 等) や自動車会社 (GM や Ford) 系の研究所が知られている。たとえば, 先の Lemoine 氏はカリフォルニアにある Ford 系の研究所にいる。

最後に, いろいろ教えていただいた Dr. Disney と Dr. Hunter に謝辞を呈して締めくくりとしたい。

文献 (必要最小限のものしか上げていない)

- [1] P. J. Burke (1969) *Opns. Pes.* 17, 754-755
- [2] T. Kawashima (1987) *J. Opns. Res. Soc. Japan* 30, 335-346

- [3] F. P. Kelly (1979) *Reversibility and Stochastic network*, John Wiley
- [4] A. J. Lemoine (1977) *Management Sciences*, 24, 464-481
- [5] A. J. Lemoine (1979) *Management Sciences*, 25, 1034-1035
- [6] A. J. Lemoine (1979) Technical Report, Systems Control, Inc., Palo Alto
- [7] A. J. Lemoine (1987) *J. Appl. Prob.* 24, 495-510
- [8] B. Melamed (1982) *Math. Opns. Res.* 7, 223-244
- [9] I. Mitrani (1979) *Management Sciences*, 25, 1026-1027
- [10] R. Schassberger and H. Daduna (1987) *J. Appl. Prob.* 24, 511-521
- [11] B. Simon and R. D. Foley (1979) *Management Science*, 25, 1027-1034
- [12] J. Walrand and P. Varaiya (1980) *Adv. Appl. Prob.* 12, 1000-1018

●ミニミニ●

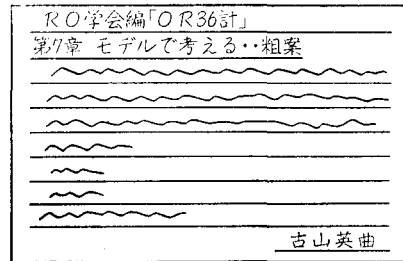
●OR●

葉書の活用法

葉書は重宝なものだ。簡単な用件なら、忙しい人を電話で捜し回ったり、邪魔をしたりするよりも葉書を書いた方が余程よい。葉書はもっと活用したいものだ。そのために自分の名前入りの葉書を用意しておくのも一興である。論文の別刷の送付を著者にお願いすることも、複写機の発達した今日ではもうあまりしなくなったが、以前にはそのために印刷した葉書をよく使ったものだ。研究上のお付き合いのきっかけにもなる。

年賀状というのも葉書で、なんとなく無意味な虚礼のようでありながら、お互いに生存と住所を確認する方法として割り切れば、それなりに役立つことだと思う。筆者もそのように割り切ることにして、ここ数年年賀状は名簿カードとして使えるようにデザインしたものを出している。それというのも、M先生やK先生が、年賀状をアイウエオ順に仕切った箱にいれて名簿カードとして使っておられるとうかがったからに他ならない。正直なところ、誰か同調者がでることを心ひそかに期待していたのだが、今の所は筆者の一人相撲のようである。

最近、葉書のうまい使い方を思い付いた。読者諸兄のお仕事にも役にたつかも知れない。すでに実行しておられる向きにはお許しを願うことにして、ご紹介申し上げ



← 葉書のフチは筆ペンでこすっておくと、複写したときにハッキリとうつる。

る。

たとえば、何人かで集まって書物なり、報告書なりを書く場合を考えよう。会議を開いて各パートの分担者をきめて粗案を提出する。構成員が同じ職場の者ならよいが、そうでないと、その粗案さえなかなか集まらない。

(同じ職場の人間ばかりの場合でも、幹事役はそれなりに苦勞する。) こんなとき、宛名を書いた葉書をくばって、それ1枚分に粗案をまとめて投函して貰えばよい。

書く方は葉書1枚だから精神的負担が少ない上に、結果的には簡潔にまとめられたものにならざるを得ないし、そのままカードとして処理ができるから幹事役の方は大助かりである。次の会議のときにはこれを並べて複写すれば見やすい資料が準備できる。(からくり堂主人)