

系統復旧問題の分枝限定法による解法と復旧操作に関する知識のOR的分析と評価

駒井 研二, 坂口 敏明

1. はじめに

停電事故は社会的に多大な影響をおよぼすため、事故時の系統復旧を自動化することが系統制御の重要課題になっている。その手法としてはOR的な方法[1-3]と知識工学的な方法[4]とが考えられている。

OR的な方法は問題を目的関数と制約条件という形で定式化できたならば最適解が求められるという利点があるが、系統復旧は複雑な問題であり、完全な定式化はまだなされていない。これに対して、知識工学的な方法は操作員がもっている専門知識をそのまま計算機上で利用する方法である。定量的な定式化がむずかしい復旧問題に知識工学的な方法は有効な方法であり、系統復旧の知識ベースシステムが開発されつつある。しかし、知識で求まる復旧操作は許容解ではあるが最適性は保証されていない。

操作員の知識だけに依存していると、操作員が間違っただけの知識をもっている場合には、同じ間違いをする知識ベースができてしまう。したがって、復旧操作の質を高めようとすると、操作員がもつ知識だけに依存するのではなく、最適性を保証するOR的な方法で裏づけを行なうことが必要であろう。そのための第1歩として、(i)系統復旧の知識がOR的にどのような意味をもつかを分析すること、(ii)系統復旧問題をORの問題としてみたときの定式化をより明確にすること、の2点を目的として、知識による復旧とORによる復旧の比較を行なう。復旧問題を定式化できる範囲内でORの問題として定式化すると組合せ最適化問題となるが、それを効率的に解くためには分枝限定法が非常に有効な方法となる。

こまい けんじ, さかぐち としあき

三菱電機㈱ 中央研究所

〒661 尼崎市塚口本町 8-1-1

2. 分枝限定法による系統復旧問題のOR的解法

2.1 系統復旧問題の定式化

系統復旧問題（厳密には2次系統の復旧問題）とは、事故のために停電した負荷をどのような遮断器の開閉操作を行なって復旧するかを求めることである。復旧後系統としては、停電のまま残る負荷が少なく、事故前の系統にできるだけ近いものが望ましい。停電した設備に隣接している健全な系統設備で、停電設備に送電できるものを電源または復旧電源と呼ぶが、電源には供給できる電力量の上限値が存在する。また、変圧器や送電線には容量制限があり、復旧後の系統構成を放射状にするという制約がある。以下でこの問題の定式化を試みる。（実際には、これら以外にも負荷の重要度、異常電圧の抑圧、系統安定度などの制約が存在し、さらには定量的に表現しにくい系統操作規定などの規約を遵守しなければならない）

定式化のための変数を表1に定義する。ここでは電力系統をグラフで表現する。変圧器や送電線などの系統設備をノード、系統設備間の遮断器をブランチと考える。ただし、電力の向きを考慮して1個の遮断器に2個のブランチを対応させる。停電設備と電源とが考慮すべき全ノードであり、電源から停電設備へのブランチと停電設備間を結ぶブランチが考慮すべき全ブランチとなる。

復旧後系統の評価値としては、供給支障量と事故前の系統との類似度が存在しているが、ORの問題として定式化するにさいして、これらをどのような形の多目的問題として取り扱えばよいかは解明されていない。ここでは便宜的に、供給支障量の最小化を優先させる。つまり、供給支障量が最小な解が複数個存在する場合にのみ、事故前の系統との類似度を考慮するものとする。供給支障

表 1 ORの問題としての定式化のための変数

{SOURCE}	: 復旧前の状態での電源ノードの集合.
{OUTAGE}	: 復旧前の状態での停電ノードの集合.
OUT-POWER	: 停電した負荷の総和.
N	: 全ノード数.
N_s	: 電源ノードの数. ノード $1 \sim N_s$ を電源ノードとし, ノード $N_s+1 \sim N$ を停電ノードとする.
G_p	: 電源ノード p の供給可能電力量.
L_q	: 停電ノード q 内にあるすべての負荷の合計.
n	: 全ブランチ数.
(p, q)	: ノード p からノード q に向かうブランチ.
F_{pq}	: フロー変数. ブランチ (p, q) を流れる電力の大きさを, 常に非負の値であり, $F_{pq} > 0$ ならば必ず $F_{qp} = 0$ である.
C_{pq}	: フロー F_{pq} の最大許容値.
x_{pq}	: ブランチ変数. $x_{pq} = 1$ ならばブランチ (p, q) が接続されていることを意味する. その時には必ず $x_{qp} = 0$ である.
{OUT _p }	: ノード p から出るブランチ (p, q) の集合.
{IN _q }	: ノード q に入るブランチ (p, q) の集合.
{BLACK}	: 復旧後も停電のまま残るノードの集合.
{RESTORE}	: 復旧された停電ノードの集合.

量としては復旧できない負荷の単純和を使用する. 事故前の系統との類似度としては, 復旧後系統で事故前とは異なる設備から受電している設備の数を使用する.

供給支障量の最小化が目的であるから, 目的関数は以下のようになる.

$$\sum_{q \in \{\text{BLACK}\}} L_q \rightarrow \text{Min} \quad (1)$$

電力の流れについては以下の条件が成立する.

$$\sum_{(p,q) \in \{\text{IN}_q\}} F_{pq} - \sum_{(q,p) \in \{\text{OUT}_q\}} F_{qp} = L_q, \quad q \in \{\text{RESTORE}\} \quad (2)$$

ブランチの容量制約は次のようになる.

$$F_{pq} - C_{pq} \cdot x_{pq} \leq 0, \quad \text{for all } (p, q) \quad (3)$$

復旧電源の容量制約は次のようになる.

$$\sum_{(p,q) \in \{\text{OUT}_p\}} F_{pq} \leq G_p, \quad p = 1, \dots, N_s \quad (4)$$

放射状の系統構成にするという制約は, 各ノードに入るブランチは 1 個だけしか接続できないことを意味するので, 次のようになる.

$$\sum_{(p,q) \in \{\text{IN}_q\}} x_{pq} \leq 1, \quad q = N_s + 1, \dots, N \quad (5)$$

ブランチ変数 x_{pq} を集めたベクトルを X とすると, X は全ブランチの接続状態を表わし, X を決めると {BLACK}, {RESTORE} が決まり, (2) 式の末端ノードから適用して F_{pq} も決まる. よって, 系統復旧問題は, (2) ~ (5) 式の制約条件のもとで, (1) 式を最小にする X を求めるという組合せ最適化問題として定式化されたことになる.

2.2 分枝限定法による解法

組合せ最適化問題は, 変数の一部を固定することにより複数個のより小さい数の変数をもつ部分問題に分解することができ, すべての部分問題を解くことにより等価的に原問題を解くことができる. 問題の分解を繰り返して最適解を求める過程で, 最適解が得られないことが何らかの理由で結論できる部分問題はもはや分解しないことにすれば, 効率的に最適解が求められる. このような解法が分枝限定法である. ただし, 分枝限定法を適用した場合の最適解が得られるまでの計算量は, 問題の分解の方法と探索制御の方法に大きく依存する. 系統復旧問

題では復旧後系統を放射状にせねばならないという厳しい制約条件が存在しているので, 問題の特殊性を考慮した分解方法についてまず説明する. その後で, 目的関数の評価にもとづく探索制御の方法を説明する. なお, 本稿で採用したのは最良下界探索である.

① 可能解だけを求める分解操作

全ブランチは電源ノードから出ているブランチと停電ノードから出ているブランチに 2 分できるが, 停電ノードから出ているブランチは始点のノードがすでに復旧されている場合にのみ, そのブランチを接続することに意味がある. そこで, 電源ノードから出ているブランチの集合の接続状態を可能なすべてのパターンに固定することにより, 問題を分解する. なお, 原問題では電源ノードが与えられているが, 部分問題では新たに復旧されたノードのみを電源ノードと考えることとする.

電源ノードから出ているブランチの集合に対して制約条件を満たす接続パターンをすべて求めるために, (2) ~ (5) 式の変形を行なう. そのために必要な各部分問題に固有な変数を表 2 に定義する. これらの変数の意味は図 1 を参照されたい. 停電ノード間のブランチは接続されていないと仮定するので, ブランチを流れる電力は停電ノードの負荷と等しくなり, (3) 式は次のようになる.

$$L_q \cdot x_{pq} - C_{pq} \cdot x_{pq} \leq 0, \quad (p, q) \in \{\text{NOW}(j)\} \quad (6)$$

電源ノードの容量制約の中で, 1 個の電源だけに関する

表 2 可能解だけを求める分解操作のための変数

ON-POWER(j)	: 部分問題 j ですでに復旧されている負荷の総和.
OFF-POWER(j)	: 部分問題 j ですでに復旧不可能である負荷の総和.
SOURCE-POWER(j)	: 部分問題 j での電源ノードの供給可能電力量の総和.
DIFF-CONFIG(j)	: 部分問題 j で事故前と異なるノードから受電しているノードの数.
{RESTORE(j)}	: 部分問題 j ですでに復旧されたノードの集合.
{BLACK(j)}	: 部分問題 j ですでに復旧不可能となったノードの集合.
{SOURCE(j)}	: 部分問題 j での電源ノードの集合.
{OUTAGE(j)}	: 部分問題 j での停電ノードの集合.
{NOW-TO(j)}	: {OUTAGE(j)} の中で {SOURCE(j)} に属するノードから出て自分に入るブランチが存在するノードの集合.
{ON(j)}	: 部分問題 j ですでに接続されているブランチの集合.
{OFF(j)}	: 部分問題 j ですでに接続しないことになったブランチの集合.
{NOW(j)}	: 部分問題 j を分解するために新たに接続される可能性があるブランチの集合. つまり, {SOURCE(j)} に属するノードから出て {OUTAGE(j)} に属するノードに入るブランチの集合.
{YET(j)}	: 部分問題 j を分解するために接続するかどうか決める必要がないブランチの集合. {OUTAGE(j)} に属するノード間を結ぶブランチの集合.
$G_p(j)$: 部分問題 j での電源ノード p の供給可能電力量.
{FLOW-LIMIT(j)}	: 部分問題 j での電源ノードに対する供給可能電力量に対する制約条件の集合.
{OUT $_p$ (j)}	: 部分問題 j での電源ノード p から出ている {NOW(j)} に属するブランチの集合.
{IN $_q$ (j)}	: 部分問題 j での停電ノード q に入る {NOW(j)} に属するブランチの集合.

るものは以下になる. ここに, $G_p(j)$ は部分問題 j での電源ノード p の供給可能電力量である.

$$\sum_{(p,q) \in \{OUT_p(j)\}} L_q \cdot x_{pq} \leq G_p(j), \quad p \in \{SOURCE(j)\} \quad (7)$$

分解された部分問題ではその問題での電源ノードが同一のノードから受電している場合もある. その場合には複数個の電源ノードの供給可能量の和が制限されることになり, (7)式の左辺を複数個の電源ノードについての和にし, 右辺を制限値にする条件式も存在することになる. 系統構成を放射状にしなければならないという制約条件は, 以下になる.

$$\sum_{(p,q) \in \{IN_q(j)\}} x_{pq} \leq 1, \quad q \in \{NOW-TO(j)\} \quad (8)$$

{NOW(j)} に属するブランチ (p, q) の x_{pq} をまとめたベクトルを Y とすると, (6)~(8)式をまとめて行列表現すると次式が得られる.

$$[A] \cdot Y \leq b \quad (9)$$

Y の各要素について機械的に 0, 1 を割り当てて問題を分解し, 目的関数を定数と考えて制約条件を満たさない分枝だけを取り除くという分枝限定法により, (9)式を満たす Y をすべて求めることができる.

このようにして分解された部分問題では, 問題の特殊性により分解のために接続状態を固定されたブランチ以外でも, かなりの数のブランチの接続状態が決定され

る. このことを具体的な例を用いて説明する. 図 1(a)の問題では {NOW(j)} = {(1,3), (1,4), (2,4), (2,5)} であるが, {(1,3), (2,4)}のみを接続したとして部分問題を生成すると図 1(b)のようになる. 図 1(b)の部分問題では系統構成を放射状にするという制約条件のために, {(3,4), (4,3), (6,3), (6,4)}というブランチの集合は自動的に接続することが許されなくなる. また, ノード 5, 7 は復旧することが不可能になり {(5,7), (7,5)}というブランチの集合は接続を検討する必要がなくなる.

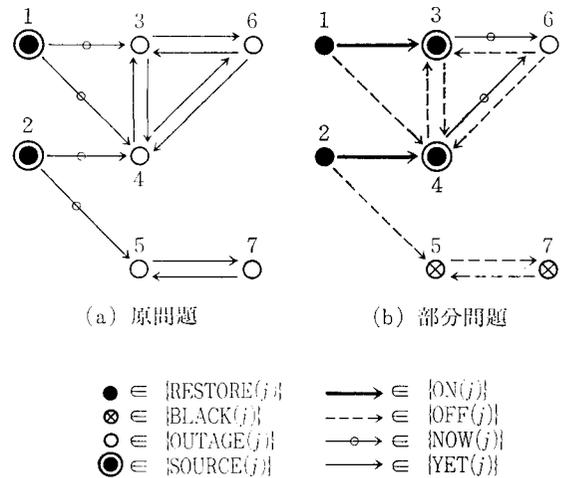


図 1 系統復旧問題での問題分解の例

部分問題 j を部分問題 k に分解したとする。部分問題 j での容量制約の条件式は、以下に示すように部分問題 k での電源ノードの供給可能電力量に対する制約条件として表現される。

$$G_q(k) = \text{Min}\{(C_{pq} - L_q), (G_p(j) - \sum_{(p,r) \in \text{OUT}_p(j)} L_r \cdot x_{pr})\}$$

また、部分問題 k の複数個の電源ノードが同じノードから受電している場合には、それらの複数個の電源ノードの供給可能電力量の和が制限されることになる。各部分問題の {FLOW-LIMIT(j)} は、これらの条件を記憶しておくためのものである。

② 目的関数の評価による探索制御

すべての停電ノードが復旧できるかどうかが決まされた部分問題では供給支障量が一意に決まり、その他の部分問題でも供給支障量の下界値と上界値が予測できる。よって、この供給支障量の上界値と下界値とを評価することにより探索の制御を行なうものとする。供給支障量の最小化が目的であるので、常に下界値が最小の部分問題をより小さな部分問題に分解していくものとする。ただし、供給支障量の下界値が最小となる部分問題が複数個存在する場合には、事故の系統構成により近い系統構成になる方を分解するものとする。分解を繰り返すと部分問題の供給支障量の上界値も減少していくが、今までに得られた部分問題の供給支障量の上界値の最小値よりも供給支障量の下界値が大きい部分問題は、その部分問題を解いても最適解が得られないので、解くべき部分問題の集合から除くものとする。こうして解くべき部分問題が存在しなくなれば最適解が求まったことになる。

部分問題の供給支障量の下界値は、すでに復旧不可能である負荷量と、停電した全負荷量から最大限復旧できる負荷量を引いた値のどちらか大きい方となり、以下の式で表現される。

$$\begin{aligned} & \text{供給支障量の下界値} \\ & = \text{Max}\{\text{OFF-POWER}(j), \\ & \quad (\text{OUT-POWER} - (\text{ON-POWER}(j) \\ & \quad + \text{SOURCE-POWER}(j)))\} \end{aligned}$$

そして、供給支障量の上界値が停電した全負荷量からすでに復旧した負荷量を除いたものになることは自明であろう。

3. 知識による系統復旧方法の概要

文献[4]の知識ベースによる復旧方法を発展させたものが、本章で説明する系統復旧方法である。一般的に妥当と認められている系統復旧の手順を知識ベースにまよ

めている。ここで、電源とは健全な系統設備の中で停電設備に送電できるものことである。

(I) 停電母線に隣接する電源により、停電母線を復旧する。そのさい、事故前に受電していたものを優先的に使用する。電源の供給可能電力量が復旧される母線の負荷の総和よりも小さい場合には、いくつかの負荷を切り離して母線を復旧する。

(II) 過負荷のために切り離された送電線を、他の母線を使用して復旧する。

(III) 手順(I)、(II)を復旧できる設備がなくなるまで繰り返す。

(IV) 電源が複数個存在する場合には、供給可能電力量の大きい電源を使用する。

4. 知識による復旧とORによる復旧の比較

4.1 両方法の解が一致する事故の例

事故前の図2の系統状態でT1B、T1Cに事故が起き、その両端の遮断器がトリップされたとする。事故直後の系統状態が図3であり、B2BとB2Bから受電していたL2B、L3B、L4B、L5Bが停電する。復旧電源はB2A、B3B、B5、B6である。この事故ケース1の復旧後系統は、ORによる方法と知識による方法とで一致しており、図4が復旧後系統である。この事故に対してはすべての停電設備を復旧することができるが、図4が原系統に最も近い系統構成である。なお、停電している設備は破線でかかれ、復旧された設備は一点鎖線でかかれている。

① 事故ケース1のORによる復旧

事故ケース1での求解過程を図5に示す。原問題は15個の部分問題に分解されるが、その中の6個だけしか分解されていない。分枝限定法により効率的に最適解が得られている。

② 事故ケース1の知識による復旧

復旧手順(I)によりB2BがB2Aを電源として復旧することが考えられる。T1Aが過負荷となるために、L2B、L3B、L4B、L5Bをすべて接続したままB2Bを復旧することはできない。どれかの送電線をB2Bから切り離さねばならないが、まずL2Bを切り離した後、B2Bの復旧が試みられる。今度は過負荷が発生しないでB2B、L3B、L4B、L5Bが復旧される。復旧手順(II)によりL2BがB5を電源として復旧され、すべての停電設備が復旧される。

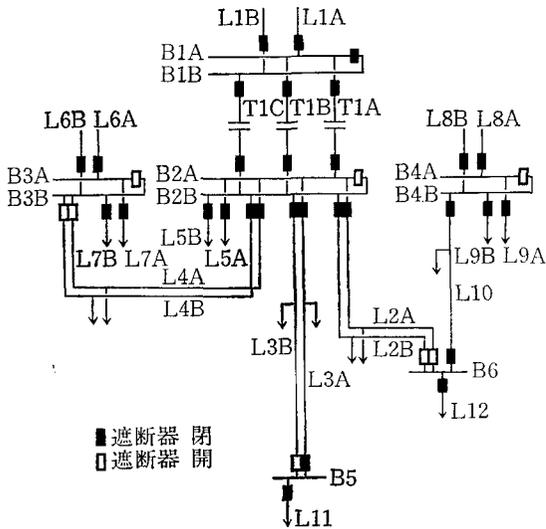


図 2 事故前の状態

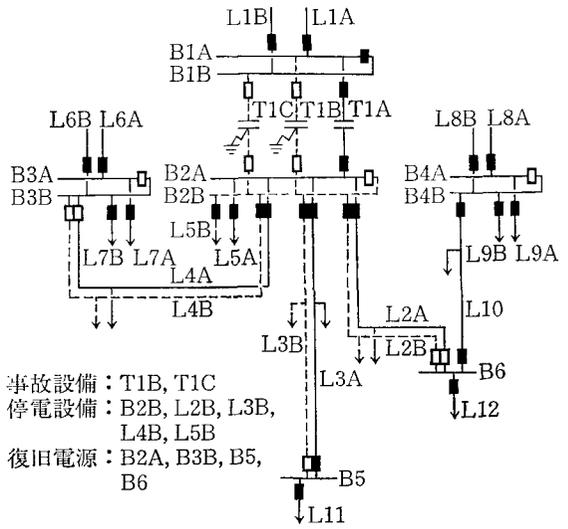


図 3 事故ケース 1

③ 事故ケース 1 での考察

知識による復旧では事故前の系統構成に最も近い 2 個の場合しか考慮していない。目的関数の定量的な評価をしていないにもかかわらず、知識により最適解を速く見つけだせることがわかる。

4.2 両方法の解が異なる事故の例

図 2 の系統状態で T1A, T1B, T1C に事故が起き、その両端の遮断器がトリップされたとする。事故直後の系統状態が図 6 であり、B2A, B2B, L2A, L2B, L3A, L3B, L4A, L4B, L5A, L5B, B5, L11 が停電する。復旧電源は B3B, B6 である。この事故ケース 2 の復旧後系統は両方法で異なる。

① 事故ケース 2 の OR による復旧

OR により求まる供給支障最小な解が図 7 である。まず、L2A, L2B が B6 を電源として復旧され、L4A, L4B が B3B を電源として復旧される。次に、B2A が L2A を電源として復旧され、B2B が L4B を電源として復旧される。さらに、L3A が B2A を電源として復旧され、L5B が B2B を電源として復旧される。L5A, L3B が復旧されないままに残る。

② 事故ケース 2 の知識による復旧

知識による方法の復旧後系統は図 8 である。この事故の場合には最初は復旧手順 (I) は適用できず、復旧手順 (II) により L2A, L2B, L4A, L4B が復旧される。ここで初めて復旧手順 (I) が適用でき、B2A が供給可能電力量が最大の L2A により復旧されるが、過負荷のために L3A が切り離される。そして、B2A を電

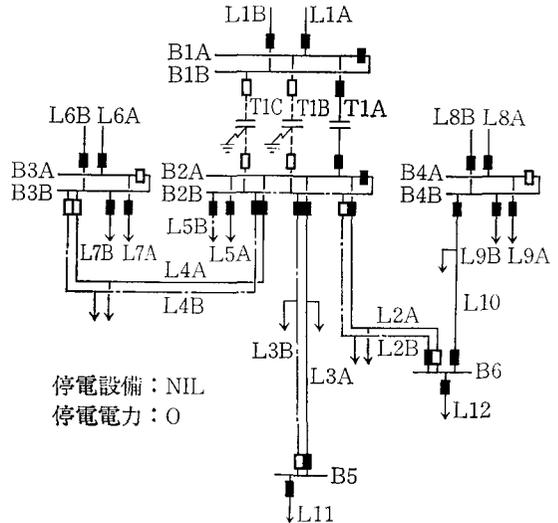
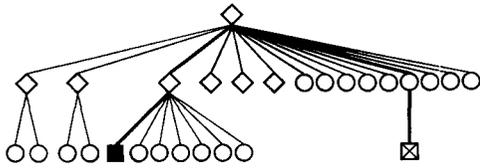


図 4 事故ケース 1 の復旧後系統

源として B2B が復旧されるが、過負荷のために L3B, L5B が切り離される。復旧手順 (I), (II) のどちらもこれ以上は適用できないで、L3A, L3B, L5B, B5, L11 が復旧されないままに残る。

③ 事故ケース 2 での考察

事故ケース 2 での求解過程を図 9 に示す。OR 的な方法では 86 個の部分問題を生成して最適解を求めているが、知識による方法では図 9 の中で太線で示された知識による探索経路上の 6 個の場合だけしか考慮していない。知識による復旧では知識により探索の範囲が狭められている。両方法の復旧後系統が異なるが、OR による



- ORによる探索経路
- 知識による探索経路
- ⊠ 容量制約のため棄却された知識による解の候補
- ORによる最適解
- 分解されていない部分問題
- ◇ 分解された部分問題
- 分解できない部分問題

図 5 事故ケース 1 の求解過程

復旧後系統は実際には許されない。B2A, B2Bは同一変電所にある母線であり、実際の運用では1変電所が2電源から受電することはない。1変電所は1電源からしか受電してはならないと明記された知識が存在するのではないが、知識による復旧では1変電所が2電源から受電するような復旧操作は行なわれない。このように知識による復旧とORによる復旧とを比較することにより、系統復旧の明確には意識されていない制約条件を見つけ出すことができ、両方法の比較はORで解くための定式化を現実的（運用者が妥当と感ずるような解が最適解として求まること）なものにするのに有効であることがわかる。

5. おわりに

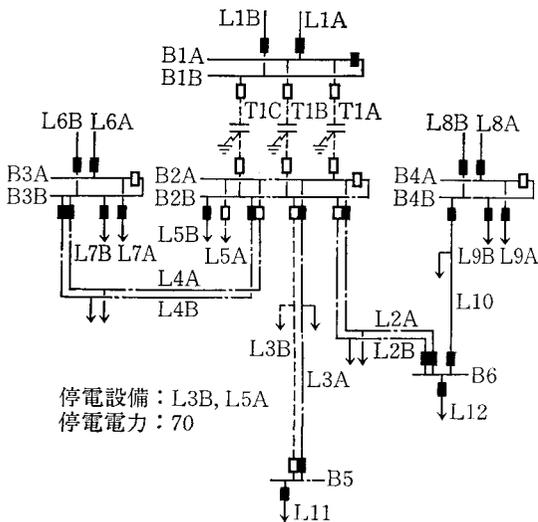


図 7 事故ケース 2 の OR による復旧後系統

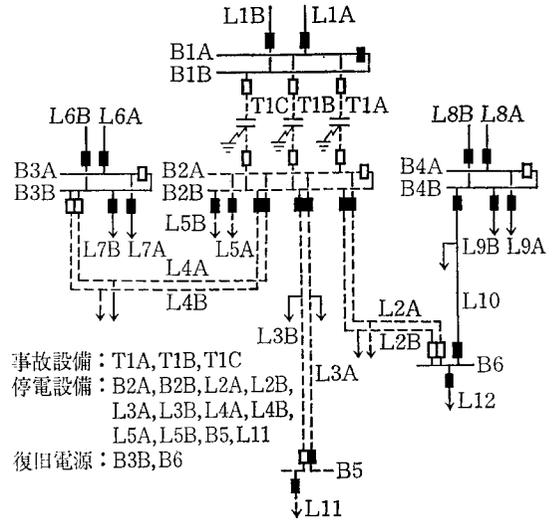


図 6 事故ケース 2

本稿では、系統復旧問題のORの問題としての定式化と分枝限定法によるOR的解法の説明をし、知識による復旧とORによる復旧との比較をした。その結果、(i)知識はORでの最適解を速く見つけさせること、(ii)復旧問題はORを適用するための制約条件と目的関数が明確に表現しにくい問題であるが、これらをより明確にする上で両者の比較が有効であること、の2点が判明した。

なお、知識による方法とOR的な方法とを併用することにより知識を定量的に評価することが可能となり、その評価を利用してより良い知識ベース作成への応用が期待される。

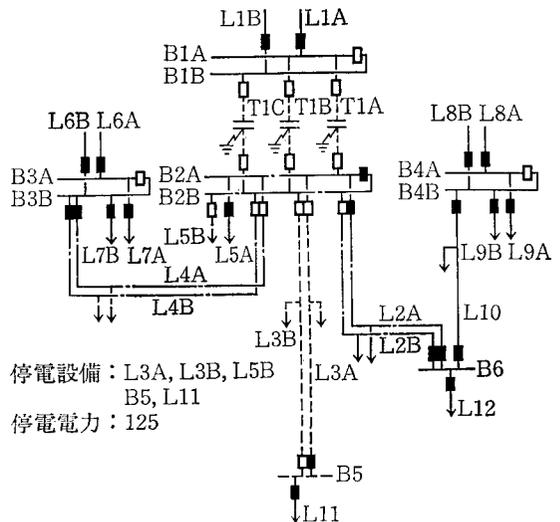
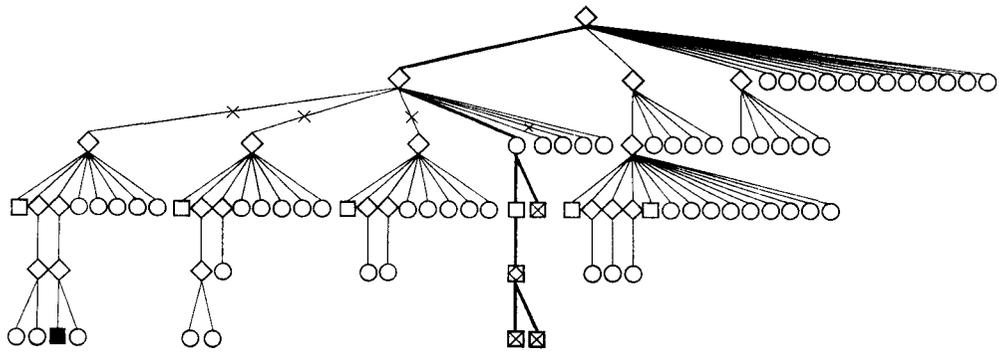


図 8 事故ケース 2 の知識による復旧後系統



- ORによる探索経路
- - - 知識による探索経路
- x- 知識では許されないORの探索経路
- ☒ 容量制約のため棄却された知識による解の候補
- ☒ 知識による解
- ORによる最適解

図 9 事故ケース 2 の求解過程

参 考 文 献

- [1] 鈴木, 幅: 事故時系統自動操作論理の開発, 電学論 B, 93, 323, (1973)
- [2] 鈴木, 児玉, 小林, 石塚: 二次系統の復旧時系統自動操作論理, 電学論 B, 97, 111, (1977)
- [3] 奈良, 山城, 小池: ループを含む系統へ適用可能な復旧時自動操作論理, 電学論 B, 104, 133, (1984)
- [4] 松本, 坂口: 知識ベースにもとづく電力系統復旧方式の決定法, 電学論 B, 103, 175, (1983)
- [5] 駒井, 坂口: 電力系統運用に関する知識の数理計画法的分析と評価, 第 7 回数理計画シンポジウム, (1986)
- [6] 駒井, 坂口: 系統復旧操作に関する知識の数理計画法的分析と評価, 電学論 B, 107, 269, (1987)

報 文 集 価 格 表 (会員価格)

T-76-1	オペレーションズ・リサーチのためのデータとプログラムに関する研究	4000円
T-77-1	システムダイナミクス——方法論と適用例	2500円
R-79-1	「ORの実践とその有効活用」視察団報告	1200円
R-82-1	「欧州におけるOR実施状況」視察団報告書	1200円
T-83-1	ネットワーク構造を有するオペレーションズ・リサーチ問題の電算機処理に関する基礎研究	1200円
T-83-1	地理的情報処理に関する基本アルゴリズム	6000円
R-84-1	「米国におけるORの実践」視察団報告	1200円
T-86-1	「南北協力の新しい戦略——マイクロ電子技術を起爆として——」	3500円